

CAPITOLO 8

MACCHINE CAPACI DI NON ESSERE PRECISE

*E' più facile quadrare un circolo che arrotondare un matematico
(A. De Morgan).*

1. Cosa sono e come riconoscere le nozioni vaghe

Questo capitolo riguarda i predicati (o proprietà) "vaghi" cioè predicati che possono essere attribuiti ad un oggetto persona od animale con gradi diversi. Ad esempio, un predicato vago è "essere piccolo", in quanto un oggetto può essere ritenuto più o meno piccolo. Altri esempi di proprietà vaghe sono "alto", "giovane". D'altra parte esistono semplici modi per distinguere una proprietà vaga da una che non lo è. Ne elenchiamo alcuni.

Operatori modali. Ad esempio, un concetto è vago se si può ragionevolmente modificare con espressioni del tipo "un po' ", "quasi", "molto", "abbastanza" (espressioni che chiameremo *operatori modali*). Infatti appaiono sensate frasi del tipo:

Questa città è un po' lontana, Questa ragazza è un po' chiacchierona, Questa ragazza è molto alta, questo fiore è molto bello.

Questo perché i predicati "lontano", "chiacchierone", "alto", "bello", sono vaghi. Se si considerano invece le frasi

Questo numero è un po' pari, Questo numero è quasi primo,

sorge immediatamente una sensazione di ridicolo. Questo proprio perché le nozioni di essere pari o di essere primo non sono vaghe. I seguenti esempi pongono maggiormente in risalto l'effetto comico di un tale uso:

*Il mio fidanzato ha un difetto . . .
- è un po' sposato.*

*La mia fidanzata ha un problema . . .
- è un po' incinta.*

*Come è andato l'esame ?
ma! in effetti sono stato leggermente bocciato.*

Leggi logiche. Un altro modo di distinguere un concetto vago consiste nel fatto che le usuali leggi della logica non valgono quando tali concetti sono coinvolti. Ad esempio una delle leggi della logica classica (legge di non contraddizione) afferma che non può valere una asserzione e allo stesso tempo la sua negazione, in simboli, l'asserzione $A \wedge \neg A$ è falsa qualunque sia il valore di verità di A . Ad esempio non è possibile asserire

questo numero è pari e non è pari.

Invece quando vengono coinvolte nozioni vaghe, asserzioni di tale tipo appaiono ragionevoli. Se chiedo:

- la casa che hai comprato è grande ?

una risposta potrebbe essere:

- è grande e non è grande

che non è detto debba essere considerata una risposta contraddittoria. Piuttosto tale risposta è un modo per esprimere il fatto che il proprio giudizio circa la grandezza della casa si situa in una posizione intermedia.

Comparazione. Un'altra caratteristica delle proprietà vaghe è quella di permettere una comparazione tra due individui in base al grado di partecipazione a tale proprietà. Ad esempio, mentre non ha senso dire

che "5 è più dispari di 7", è completamente normale affermare che "Maria è più bella di Luisa" oppure "Maria è più simpatica di Luisa".

Casi indeterminati. Infine molti ritengono che la caratteristica fondamentale delle nozioni vaghe è l'esistenza di casi limite tra il partecipare o meno di tale nozione. La prova che l'essere alto è una proprietà vaga consiste nel far vedere che esistono persone di cui non si può dire né che sono alte né che non lo sono. Tale punto di vista non sembra molto diverso da quello di rifiutare la legge del terzo escluso

Nel linguaggio comune le proprietà vaghe sono frequenti, come sono frequenti i ragionamenti ed i calcoli fatti a partire da tali proprietà. Pertanto a mio parere:

se l'intelligenza artificiale vuole porsi il problema di progettare calcolatori capaci di imitare il ragionamento umano, allora è inevitabile che tenti di elaborare una teoria delle proprietà vaghe.

2. Insiemi fuzzy: un modello matematico per gli insiemi vaghi.

E' possibile fornire un ragionevole modello matematico per la nozione di insieme vago ?

Possiamo procedere in modo analogo a quanto abbiamo definito la nozione di insieme decidibile, facendo cioè riferimento al principio di comprensione della teoria degli insiemi. Ricordiamo che una proprietà P si dice *ben definita* in un insieme S se, preso un qualunque elemento x in S , è possibile dire se x verifica o meno P . Ad esempio, detto N l'insieme dei numeri naturali, la proprietà "essere pari" è ben definita. In teoria degli insiemi si accetta l'*assioma di comprensione* (per meglio dire l'*assioma di isolamento*):

Data una proprietà P ben definita in un insieme S la collezione di elementi di S che verifica P , cioè l'estensione di P , è un insieme.

Ad esempio la collezione dei numeri pari è un insieme. Consideriamo ora proprietà vaghe come "grande", "alto", "calvo"... che non sono ben definite.

Problema: è possibile applicare un assioma di comprensione a tali proprietà ?

In altre parole: hanno senso espressioni come

"l'insieme dei mucchi di grano grandi", "l'insieme degli uomini alti", "l'insieme degli uomini calvi" ?

Per affrontare tale problema ricordiamo che, data una proprietà P la sua estensione $\{x \in S : x \text{ verifica } P\}$ può essere identificata con la sua funzione caratteristica $c : S \rightarrow \{0,1\}$ definita ponendo, per ogni $x \in S$,

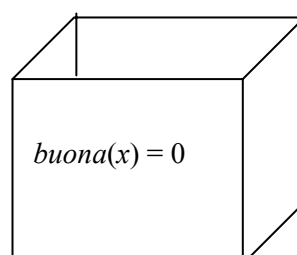
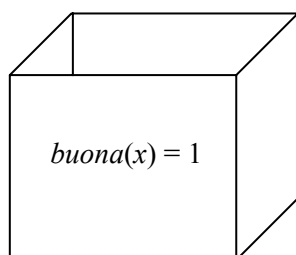
$$c(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \text{ verifica } P \\ 0 & \text{se } x \text{ non verifica } P. \end{cases}$$

Ciò suggerisce di rappresentare l'estensione di una proprietà vaga con una "funzione caratteristica generalizzata", cioè una funzione caratteristica che può assumere valori nell'intero intervallo $[0,1]$. Si perviene allora alla seguente definizione:

Definizione 2.1. (Zadeh [1965]) Dato un insieme S , un *fuzzy sottoinsieme* di S è una funzione $s : S \rightarrow [0,1]$ di S nell'intervallo $[0,1]$. Indichiamo con $F(S)$ la classe dei fuzzy sottoinsiemi di S .

Gli elementi 0 ed 1 rappresentano il falso ed il vero. Il valore $s(x)$ è interpretato come il *grado di appartenenza* di x ad s . Per giustificare in qualche modo tale definizione supponiamo di dovere affrontare il seguente problema:

Dato un sacco di mele, mettere quelle buone in una cassetta, quelle non buone in un'altra.



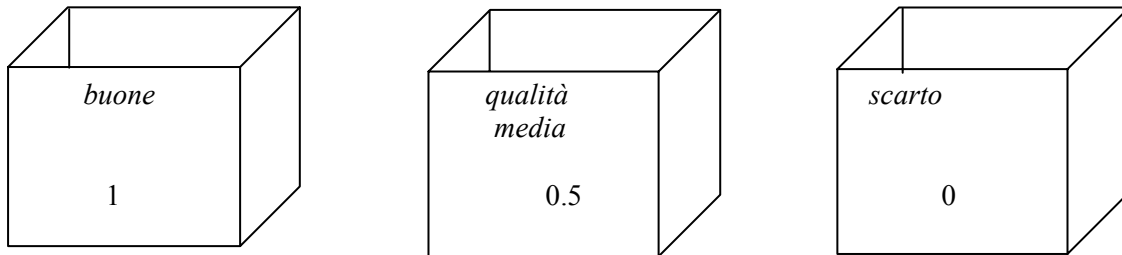
(logica binaria)

In termini logici, dobbiamo mettere:

- in una scatola ogni mela x tale che l'asserzione "x è buona" risulta vera,
- in un'altra scatola ogni mela per cui tale asserzione è falsa.

Ora, se proviamo ad eseguire effettivamente una tale operazione si evidenzia subito che logica classica (cioè a due valori di verità) non è molto soddisfacente. Infatti sicuramente ci saranno molte mele su cui si hanno forti dubbi se debbano essere messe nella cassetta delle buone o in quella delle non buone. Un modo più adeguato di affrontare un tale compito è il seguente:

Dato un sacco di mele, metti quelle buone in una cassetta, quelle non buone in un'altra e quelle di media qualità ancora in un'altra.



(logica a tre valori)

In questo caso utilizziamo tre valori di verità, 1, 0.5 e 0, per valutare il grado con cui si ritiene vera l'asserzione "x è buona". E' chiaro che aumentando il numero di valori di verità si riesce ad avere una partizione più rappresentativa della realtà.

Passando ad un altro esempio, consideriamo la nozione, alquanto vaga, "essere alto". A tale nozione possiamo fare corrispondere una funzione $s : M \rightarrow [0,1]$ dove M è l'insieme delle persone che prendiamo in considerazione. Naturalmente esistono molti modi di scegliere s e quindi esistono molti modi di modellizzare la nozione di essere alto. Tuttavia tale scelta non è certo completamente arbitraria; ad esempio s deve essere decrescente rispetto all'altezza di x e sicuramente deve assumere il valore zero al di sotto del metro e 55 centimetri. Il fatto che si debba considerare alta con grado 0 una persona di 1 metro e 60 dipende un po' dal paese in cui si vive o dallo scopo che si pone la classificazione. E' evidente che se si deve scegliere un giocatore di una squadra di pallacanestro allora è giusto considerare non alta una persona di tale altezza. E' tipico della teoria dei fuzzy sets accettare che ci siano diverse determinazioni di un concetto vago e che tali determinazioni dipendano dal contesto in cui avviene l'interpretazione del linguaggio.

3. Unione, intersezione ed altre operazioni per gli insiemi vaghi

Per definire nella classe $F(S)$ dei fuzzy sottoinsiemi di S le operazioni di unione, intersezione e complemento ricordiamo che nella teoria degli insiemi classica tali operazioni sono il corrispondente dei connettivi logici ET, OPPURE, NON. Infatti, dati due insiemi A e B , si pone

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ ET } x \in B \}$$

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ OPPURE } x \in B \}$$

$$\neg A = \{ x \mid \text{NON } x \in A \}.$$

Ne segue che abbiamo bisogno di avere tre operazioni in L che interpretino rispettivamente la congiunzione, la disgiunzione e la negazione.

Definizione 3.1. Una *struttura di valutazione* in $[0,1]$ è una struttura del tipo $L = \{[0,1], \otimes, \oplus, \neg, 0,1\}$ in cui le operazioni \otimes, \oplus, \neg estendono le corrispondenti operazioni nell'algebra di Boole $\mathbf{B} = \{0,1\}$.

Ad esempio possiamo considerare la struttura $([0,1], \leq, \wedge, \vee, \neg, 0, 1)$ dove, per ogni $x, y \in [0,1]$
 $x \wedge y = \min\{x, y\}$, $x \vee y = \max\{x, y\}$, $\neg(x) = 1 - x$.

Definizione 3.2. Sia S un insieme ed L una struttura di valutazione, allora dati due fuzzy sottoinsiemi s e s' , definiamo $s \cup s'$, $s \cap s'$ e $\neg s$ ponendo, per ogni $x \in S$

$$(s \cup s')(x) = s(x) \oplus s'(x) \quad ; \quad (s \cap s')(x) = s(x) \otimes s'(x) \quad ; \quad (\neg s)(x) = \neg s(x).$$

In altri termini, $(s \cup s')(x)$ è una valutazione nella logica a più valori dell'affermazione x appartiene ad s oppure x appartiene ad s' .

Analogo discorso vale per $(s \cap s')(x)$ e $(-s)(x)$. Con riferimento alla struttura di valutazione che abbiamo ora esposto, le operazioni di unione di intersezione e di complemento sono definite al modo seguente:

$$(s \cup s')(x) = s(x) \vee s'(x) \quad ; \quad (s \cap s')(x) = s(x) \wedge s'(x) \quad ; \quad (-s)(x) = 1 - s(x).$$

La definizione di tali operazioni tra fuzzy sottoinsiemi mette in evidenza perché sia necessario *normalizzare* l'informazione relativa a predicati vaghi utilizzando per tutti i predicati una stessa struttura di valutazione, ad esempio $[0,1]$. Ad esempio consideriamo il tipo di informazione conservato in una tabella del tipo:

n. matricola	pagato tasse	altezza in metri	ricchezza in miliardi
23222	0	1.65	3 ml
32122	1	1.90	0.3 ml
22223	0	1.55	0.003 ml
...
32454	1	1.50	0.8 ml

e trasformiamo tale tabella nella seguente in cui sono coinvolti solo valori di verità

n. matricola	pagato tasse	alto in valori di verità	ricco in valori di verità
23222	0	0.6	1
32122	1	1	0.8
22223	0	0	0
...
32454	1	0.3	0.6

La seconda tabella sembra rappresentare l'informazione in modo peggiore che la prima. Ciò se non altro per una certa arbitrarietà insita nella normalizzazione. Tuttavia proviamo ad interrogare tali tabelle chiedendo : "dammi l'elenco di tutti gli studenti alti e non ricchi". In tale caso solo la seconda tabella può fornirmi una risposta ed esattamente:

n. matricola	alto e non ricco
23222	0
32122	0.2
22223	0
...	...
32454	0.3

Concludiamo questo paragrafo con le seguenti definizioni:

Definizione 3.3. Dati due sottoinsiemi fuzzy s_1 ed s_2 di un insieme S , diciamo che s_1 è *incluso* in s_2 se $s_1(x) \leq s_2(x)$ per ogni $x \in S$. Dati due fuzzy sottoinsiemi s_1 ed s_2 degli insiemi S_1 ed S_2 chiamiamo *prodotto cartesiano* di s_1 con s_2 il fuzzy sottoinsieme $s_1 \times s_2$ di $S_1 \times S_2$ definito dall'equazione

$$(s_1 \times s_2)(x,y) = s_1(x) \otimes s_2(y).$$

Ricordiamo che una funzione di un insieme S_1 in un insieme S_2 è una relazione univoca f tra S_1 ed S_2 , cioè un sottoinsieme f di $S_1 \times S_2$ tale che

$$(x,y) \in f \text{ e } (x,y') \in f \Rightarrow y = y'.$$

In questo caso invece di scrivere $(x,y) \in f$ scriviamo $y = f(x)$. Possiamo vedere il concetto di funzione come il risultato di un processo determinista in cui dato x esiste al più un elemento y corrispondente ad x . Se facciamo cadere tale ipotesi di determinismo abbiamo al seguente definizione.

Definizione 3.4a. Dati due insiemi S_1 ed S_2 , diciamo che f è una *funzione non determinista di S_1 in S_2* se è una relazione (non necessariamente univoca) tra gli elementi di S_1 e gli elementi di S_2 .

Una definizione equivalente è la seguente:

Definizione 3.4b. Dati due insiemi S_1 ed S_2 , diciamo che f è una *funzione non determinista di S_1 in S_2* se è una funzione di S_1 in $P(S_2)$.

Secondo tale definizione se f è una funzione non determinista allora, dato l'imput x , $f(x)$ rappresenta l'insieme dei possibili output. Che le due definizioni siano equivalenti si vede dal fatto che se f è una relazione tra S_1 ed S_2 allora possiamo definire una funzione $f' : S_1 \rightarrow P(S_2)$ ponendo $f'(x) = \{y : (x,y) \in f\}$. Viceversa se $f' : S_1 \rightarrow P(S_2)$ è una funzione di S_1 in $P(S_2)$ allora possiamo definire una funzione non determinista f ponendo $f = \{(x,y) : y \in f'(x)\}$.

Definizione 3.5a. Dati due insiemi X ed Y una *funzione fuzzy non deterministica di X in Y* è una fuzzy relazione in $X \times Y$, cioè una funzione $f : X \times Y \rightarrow [0,1]$.

Secondo una tale definizione dati $x \in X$ ed $y \in Y$, il valore $f(x,y)$ è il grado con cui è lecito considerare y come output corrispondente all' input x . Anche in questo caso è possibile proporre la seguente definizione equivalente.

Definizione 3.5b. Dati due insiemi X ed Y una *funzione fuzzy non deterministica di X in Y* è una funzione f di X in $F(Y)$.

Secondo una tale definizione dato $x \in X$, l'immagine di x non è un solo elemento ma il sottoinsieme fuzzy $f(x) : Y \rightarrow [0,1]$. Anche in questo caso è possibile passare da una definizione all'altra in modo ovvio.

4. Paradossi: il mucchio di grano, l'uomo calvo, il girino.

Eubulo di Mileto, un filosofo greco della seconda metà del IV secolo, propose un famoso paradosso detto "del mucchio di grano". Il paradosso consiste nel provare il seguente teorema.

Teorema 4.1. Tutti i mucchi di grano sono piccoli.

Dim. Accettiamo, come ci sembra naturale, le due seguenti asserzioni:

- (a) un mucchio con un solo chicco è piccolo;
- (b) se ad un mucchio piccolo si aggiunge un chicco allora il mucchio rimane piccolo.

Da (a) e (b) segue che un mucchio con due chicchi è piccolo. D'altra parte, una volta provato che un mucchio con due chicchi è piccolo, tramite (b) possiamo inferire che un mucchio con tre chicchi è piccolo ... e così via.

Per analizzare un tale paradosso procediamo ad una formalizzazione del ragionamento ora esposto. Indicando con $P(n)$ l'asserzione "un mucchio con n chicchi è piccolo", possiamo riscrivere le due assunzioni (a) e (b) come segue:

$$(a) P(1) \quad ; \quad (b) P(n) \rightarrow P(n+1),$$

dove, per evitare di coinvolgere inutilmente la logica del primo ordine, intendiamo (b) come *schema*, cioè come l'insieme di formule che si ottengono fissando in tutti i modi possibili il valore di n . Utilizziamo poi come regola di inferenza il *Modus Ponens*, che indicheremo in breve con *MP*, il quale, come è noto, permette di inferire da due premesse del tipo α e $\alpha \rightarrow \beta$ la conclusione β . Schematizziamo una applicazione di MP al modo seguente:

$$\begin{array}{c} \alpha \ ; \ \alpha \rightarrow \beta \\ \beta \end{array}$$

Fissiamo allora un qualunque numero m e proviamo che vale $P(m)$. Infatti, a partire dalla coppia di formule $P(1)$ e $P(1) \rightarrow P(2)$ ed applicando MP ,

$$\begin{array}{c} P(1) ; P(1) \rightarrow P(2) \\ P(2) \end{array}$$

si ottiene $P(2)$. A partire da $P(2)$ e $P(2) \rightarrow P(3)$, applicando una seconda volta MP ,

$$\begin{array}{c} P(2) ; P(2) \rightarrow P(3) \\ P(3) \end{array}$$

si ottiene $P(3)$,

...

A partire da $P(m-1)$ e $P(m-1) \rightarrow P(m)$, applicando la $(m-1)$ -esima volta MP ,

$$\begin{array}{c} P(m-1) ; P(m-1) \rightarrow P(m) \\ P(m) \end{array}$$

possiamo concludere che vale $P(m)$. Abbiamo allora provato il seguente teorema.

Teorema 4.2. Assumiamo a) e b), allora per ogni modo di fissare m esiste una dimostrazione di $P(m)$.

Se vogliamo bloccare il paradosso del mucchio di grano esistono due possibilità:

a) si può mettere in discussione la correttezza del ragionamento

b) si possono mettere in discussione le premesse del ragionamento.

Per quanto riguarda a), la formalizzazione ora esposta mostra la struttura estremamente semplice del ragionamento che consiste in una lunga, ripetitiva catena di applicazioni del MP : non credo che sia possibile non accettarne la correttezza. Per quanto riguarda la possibilità b), non si può certo negare la validità di $P(1)$, cioè, che un mucchio con un solo chicco di grano sia piccolo. D'altra parte, negare che le implicazioni $P(n) \rightarrow P(n+1)$ siano tutte vere significa (nell'ambito della logica classica) ammettere l'esistenza di un intero n tale che $P(n) \rightarrow P(n+1)$ sia falsa e quindi, per la tavola di verità dell'implicazione, tale che $P(n)$ risulti vera e $P(n+1)$ falsa. Ciò condurrebbe ad ammettere l'esistenza di un *numero magico* n tale che un mucchio con n chicchi di grano è (ancora) piccolo, ma che tale mucchio cessa di essere piccolo non appena gli si aggiunge un solo chicco! Questo sembra poco accettabile specialmente per il fatto che contrasta con la flessibilità della nozione di essere piccolo.

Esercizio: Provare che tutti gli uomini sono calvi.

Esercizio: Provare che buttando diecimila mozziconi di sigaretta per strada la strada rimane abbastanza pulita.

Esercizio: Provare che due città che distano mille chilometri sono vicine.

Il paradosso del girino. Un paradosso simile a quello del mucchio di grano è quello del girino e della rana formulato dal filosofo James Cargile. Supponiamo che in una pozza d'acqua vi sia un girino e che tale girino segua la sua normale evoluzione fino a diventare una rana. Tale evoluzione è stata filmata continuamente e quindi l'evoluzione del fenomeno è stata registrata esattamente da una sequenza di fotogrammi, f_1, \dots, f_n . Ora sicuramente nei primi fotogrammi compare un girino e negli ultimi compare una rana:

qual è il primo fotogramma in cui compare una rana ?

Da notare che ogni sottoinsieme dell'insieme dei numeri naturali è dotato di minimo e quindi dovrebbe essere dotato di minimo anche l'insieme $\{i \in N : f_i \text{ rappresenta una rana}\}$.

Di fatto, è facile convincersi che tali paradossi sussistono poiché abbiamo a che fare con concetti che sono "vaghi"; esistono mucchi che sono sicuramente piccoli, mucchi che sicuramente non sono piccoli e mucchi per i quali non si saprebbe se considerarli piccoli o meno. Inoltre esistono esseri che possono essere classificati come girini, esseri che possono essere classificati come rane ed esseri che non si saprebbe se considerarli girini o rane. D'altra parte che il problema abbia origine nella vaghezza viene dimostrato dal fatto che non è difficile riscrivere un analogo paradosso per ogni concetto vago. Naturalmente, una soluzione radicale a tali tipi di paradosso potrebbe consistere semplicemente nel dichiarare la insensatezza di ogni ragionamento che coinvolga nozioni vaghe. In tale senso il paradosso sarebbe una sorta di dimostrazione della impossibilità di trattare tali nozioni. Questo punto di vista è abbracciato ad esempio da G. Frege e B. Russell nella prospettiva della costruzione di un linguaggio "ideale" la cui caratteristica principale dovrebbe essere, appunto, la precisione. Non sarebbe un difetto della logica matematica quello di non riuscire a

spiegare e formalizzare l'uso dei concetti vaghi; piuttosto è un difetto dei linguaggi naturali il fatto che in essi spesso siano presenti tali concetti. Ad esempio afferma Frege:

... ogni concetto deve avere confini netti, così che sia determinato per ogni oggetto se esso cade o no sotto il concetto (...) La nota fallacia conosciuta come Acervus poggia sulla circostanza che viene trattato come concetto qualcosa (ad esempio il mucchio) che per la sua imperfetta delimitazione non può venire riconosciuto come tale in logica (Scritti postumi pag. 268).

Naturalmente tale punto di vista è formalmente inattaccabile, tuttavia è un fatto che una larga parte del comportamento razionale dell'uomo nella vita di tutti i giorni coinvolge la trasmissione e l'elaborazione di informazioni relative a nozioni vaghe come quelle di *maturo, piccolo, grande, alto, bello* e così via. Dichiarare che informazioni di tale tipo vanno tenute fuori da un rigoroso discorso scientifico vuol dire accettare che la razionalità abbia spazio solo nei campi tradizionali della ricerca scientifica (la biologia, la chimica, la fisica, la matematica). Comunque è bene osservare che tale punto di vista normativo è abbastanza diffuso quando si debba passare dalla vita di tutti i giorni ad una regimentazione del comportamento umano. In tali casi si è portati a sostituire i concetti vaghi con una loro, necessariamente rozza, traduzione in un concetti precisi. Ad esempio, a volte ci si trova nella necessità di formulare una legge che fa scattare una possibilità o una sanzione (non vaga) non appena una condizione (vaga) risulti verificata. Potrebbe essere il caso di una legge del tipo:

"tutti quelli che hanno fatto abbastanza precariato saranno immessi in ruolo".

Ovviamente tale legge non può essere applicata se non si stabilisce che cosa si intende per "avere fatto abbastanza precariato". Allora si deve procedere ad una determinazione "rigida" del tipo: "avere dieci anni un mese ed un giorno di servizio". In altri casi una legge può coinvolgere la nozione di "essere maturo" che viene tradotta in quella di "essere maggiorenne" che a sua volta si caratterizza con la proprietà di avere una età maggiore di 18 anni.

Ma tali traduzioni in termini classici presentano sempre qualcosa di paradossale e di insoddisfacente. Ad esempio comportano che una persona che ha solo dieci anni ed un mese di servizio, per un solo giorno non può entrare in ruolo. Ancora, il reato di seduzione di minorenni potrebbe scattare se compiuto un secondo prima della mezzanotte di un dato giorno e non scattare un secondo dopo.

5. La soluzione proposta dalla logica fuzzy: ragionamenti approssimati

Riprendiamo in esame le implicazioni $P(n) \rightarrow P(n+1)$ sulle quali, a differenza della formula $P(1)$, si è portati a nutrire un qualche sospetto, e scegliamo non di considerare alcune di queste come false e nemmeno come indeterminate ma piuttosto di accettare che siano tutte "quasi completamente vere". Per formalizzare poi la modalità "quasi completamente vero", appare naturale riferirsi a valori di verità diversi da 0 ed 1 (denotanti rispettivamente il falso ed il vero) che siano quindi capaci di rappresentare livelli diversi di verità. Ad esempio possiamo considerare come possibili valori i numeri dell'intervallo $[0,1]$ e quindi assumere:

$P(1)$ con grado di verità 1
 $P(n) \rightarrow P(n+1)$ con grado di verità 0.9.

A suo volta, l'introduzione di tali valori di verità rende necessario affiancare a *MP* una regola che dica come il grado con cui si può ritenere provata la conclusione dipenda dai gradi con cui sono state provate le premesse. Il *MP* allora assumerà la forma:

$$\frac{\alpha ; \alpha \rightarrow \beta}{\beta}, \quad \frac{x ; y}{v(x,y)}$$

con v opportuna funzione. Una applicazione di tale regola sarà letta al modo seguente: se α è stata provata con grado x e $\alpha \rightarrow \beta$ con grado y allora β si può ritenere provata con grado $v(x,y)$. In questo paragrafo supponiamo che $f(x,y)$ sia uguale al prodotto $x \cdot y$.

Ritorniamo ora al ragionamento che conduce al paradosso del mucchio di grano, e formalizziamolo al modo seguente:

Poiché

$P(1)$ [vale con grado 1]

e

$P(1) \rightarrow P(2)$ [è accettato con grado 0.9]

allora, applicando *MP*,

$P(2)$ [è provato con grado $1 \otimes 0.9 = 0.9$].

Poiché

$P(2)$ [è provato con grado 0.9]

e

$P(2) \rightarrow P(3)$ [è accettato con grado 0.9]

allora, applicando una seconda volta *MP*,

$P(3)$ [è provato con grado 0.9^2].

...

Poiché

$P(m-1)$ [è provato con grado 0.9^{m-2}]

e

$P(m-1) \rightarrow P(m)$ [è accettato con grado 0.9]

allora, applicando per la $(m-1)$ -esima volta *MP*,

$P(m)$ [è provato con grado 0.9^{m-1}].

Teorema 5.1. Per ogni modo di fissare m esiste una dimostrazione del fatto che un mucchio di m chicchi è piccolo ma tale dimostrazione prova tale asserzione solo con grado pari a 0.9^{m-1} .

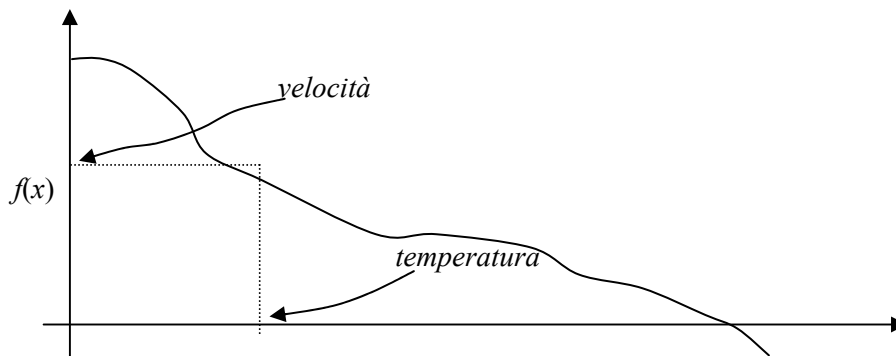
Da tale teorema segue che sia la logica fuzzy consente di risolvere il paradosso. Infatti, supposto m 0.9^{m-1} è quasi uguale a zero.

6. Macchine che utilizzano le conoscenze di un vecchio esperto.

I maggiori successi della logica fuzzy sono legati alla tecnica del controllo fuzzy. Ricordiamo che la teoria usuale del controllo ha come scopo quello di "progettare" apparecchi INPUT-OUTPUT del tipo



Tali apparecchi sono capaci, dato un input x (percepito tramite un sensore), di emettere un output y (che determina un'azione di controllo sul fenomeno in questione). In altri termini, un tale apparecchio calcola una funzione $f: X \rightarrow Y$ tale che $f(x)$ sia uguale al controllo da fare, dato x . Ad esempio, X potrebbe essere l'insieme delle possibili temperature, Y l'insieme delle possibili velocità di un ventilatore:



Nella teoria classica del controllo la funzione f viene ottenuta al modo seguente:

1. Si parte da una teoria generale che inquadri il fenomeno che si considera, teoria che si esprime tramite una serie di equazioni differenziali (questo primo livello è usualmente un'impresa dei fisici)
- +
2. si elaborano metodi per risolvere le risultanti equazioni, metodi che permettono di esplicitare la funzione f (questo secondo livello compete di solito ai matematici)
- +
3. si costruisce un marchingegno capace di realizzare f (questo livello compete agli ingegneri).

In altre parole si applica lo schema

- esperimenti →
- teorie generali →
- equazioni differenziali →

- funzione risultante dalla soluzione delle equazioni →
- costruzione del sistema di controllo.

Il punto di vista della teoria dei fuzzy set è invece che sia possibile ottenere un buon controllo utilizzando l'informazione di tipo qualitativo che un "esperto-praticone" può fornire relativamente al controllo da fare. Per esperto si deve intendere "operaio" con nessuna conoscenza teorica dei fenomeni considerati, ma con una grande esperienza su tali fenomeni e grande abilità a trattarli. Tale esperto esprime la sua esperienza nel linguaggio naturale suggerendo una serie di regole del tipo

SE x è *Basso* ALLORA metti y *Lento*,
 SE x è *Alto* ALLORA metti y *Veloce*,
 ...
 SE x è *Medio* ALLORA ...

Due osservazioni riguardanti tali regole sono fondamentali:

1. Le regole, per quanto di interpretazione ambigua sono capaci di trasmettere informazione (un essere umano è capace di capire tali suggerimenti e, magari sbagliando un poco, di applicarli)
2. L'informazione trasmessa non è completa (infatti persone diverse possono interpretare i suggerimenti dell'esperto in modo diverso)

D'altra parte la stessa cosa può essere detta per le istruzioni che sono contenute in ogni ricetta di cucina, istruzioni che spesso usano espressioni del tipo "un poco di sale", "far cuocere a fuoco forte per pochi minuti". In proposito si pone il problema se sia possibile fornire per una macchina leggere informazioni di tale tipo e di eseguire le relative regole come farebbe un essere umano.

Il controllo fuzzy può essere visto come un tentativo di affrontare tale problema. Infatti nel controllo fuzzy:

- si cerca di interpretare le parole (vaghe) dell'esperto
- si cerca di completare l'informazione ottenuta tramite un processo di apprendimento
- si trasforma l'informazione ottenuta in questo modo in una funzione, e quindi in un marchingegno per il controllo.

Per capire come si possa procedere osserviamo che un modo classico di approssimare una funzione f è quello di ricorrere a tabelle del tipo

x	y
x_1	y_1
...	...
x_n	y_n

dove y_i è l'immagine di x_i tramite f . Possiamo leggere una tale tabella dicendo che:

SE x è x_1 ALLORA y sarà y_1

...

SE x è x_n ALLORA y sarà y_n

Tale tabella significa che f può essere rappresentata come unione di un numero finito di suoi punti $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ mentre i rimanenti valori di f vengono ottenuti con metodi di interpolazione. Tipico è l'esempio delle tavole dei logaritmi o delle tavole trigonometriche. Naturalmente in tale modo non si ottiene esattamente la funzione f ma una sua buona approssimazione f' . La procedura del controllo fuzzy non è molto diversa. Infatti, supponiamo che un esperto fornisca regole del tipo:

SE x è *Minimo* ALLORA metti y *Lento*,

SE x è *Piccolo* ALLORA metti y *Veloce*,

...

per descrivere il comportamento adatto y stante la situazione x . Il valore y dipenderà dal valore x secondo una funzione f che l'esperto in qualche modo approssimativo sta cercando di descrivere. Le informazioni circa la funzione ideale f possono essere descritte tramite una tabella del tipo

x	y
<i>Minimo</i>	<i>Lento</i>
<i>Piccolo</i>	<i>Veloce</i>
<i>Medio</i>	<i>Moderato</i>
<i>Grande</i>	<i>Rapido</i>
<i>Enorme</i>	<i>Moderato</i>

In tale tabella interpretiamo le parole

"*Minimo*", "*Piccolo*", "*Medio*", "*Grande*", "*Enorme*"

tramite sottoinsiemi fuzzy di X , che indichiamo con

$$\min : X \rightarrow [0,1], \text{pic} : X \rightarrow [0,1], \text{med} : X \rightarrow [0,1], \text{gran} : X \rightarrow [0,1], \text{en} : X \rightarrow [0,1].$$

Tali fuzzy sottoinsiemi sono visti come "quantità fuzzy" in X . Inoltre le parole

"*Lento*", "*Veloce*", "*Moderato*", "*Rapido*",

sono interpretate come sottoinsiemi fuzzy di Y , che indichiamo con

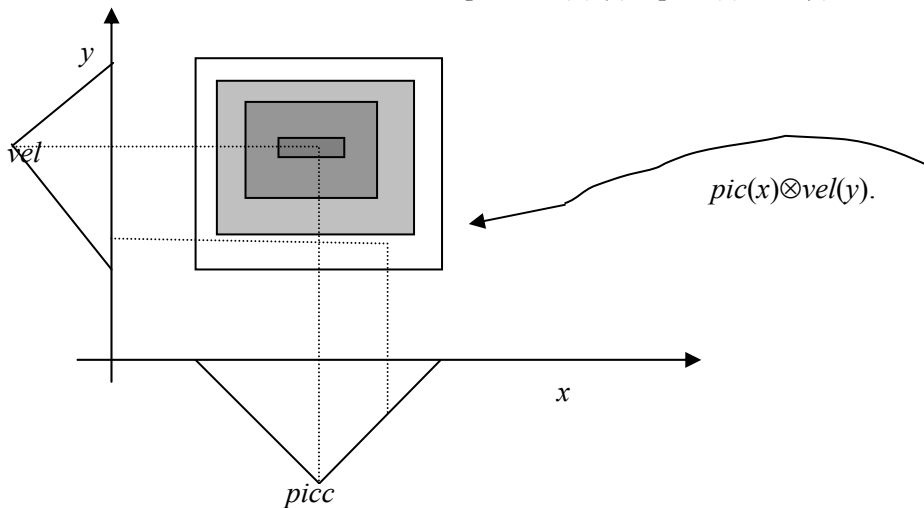
$$\text{len} : Y \rightarrow [0,1], \text{vel} : Y \rightarrow [0,1], \text{mod} : Y \rightarrow [0,1], \text{rap} : Y \rightarrow [0,1].$$

A tale tabella dovremo fare corrispondere una unione di corrispondenti *punti fuzzy*

$$(\min, \text{len}), (\text{picc}, \text{vel}), (\text{med}, \text{mod}), (\text{gran}, \text{rap}), (\text{eno}, \text{mod}).$$

A tale scopo interpretiamo un *punto fuzzy* come $(\text{picc}, \text{vel})$ tramite il *prodotto cartesiano* $\text{picc} \times \text{vel} : X \times Y \rightarrow [0,1]$ definito ponendo

$$(\text{picc} \times \text{vel})(x, y) = \text{picc}(x) \otimes \text{vel}(y).$$



Naturalmente il tipo di prodotto cartesiano dipende dal tipo di norma triangolare fissato. Nella figura è disegnato il punto fuzzy $\text{picc} \times \text{vel}$ utilizzando la norma del minimo.

Il secondo passo consiste nell'associare al sistema di regole, o se si vuole alla tabella, la funzione fuzzy non determinista $f : X \times Y \rightarrow [0,1]$ ottenuta come unione dei punti fuzzy

$$(\min \times \text{len}) \cup (\text{picc} \times \text{vel}) \cup (\text{med} \times \text{mod}) \cup (\text{gran} \times \text{rap}) \cup (\text{eno} \times \text{mod}).$$

Il terzo passo, prende il nome di processo di *defuzzificazione* e consiste nell'associare alla funzione fuzzy (non determinista) f una funzione classica (determinista) f' . Il processo di defuzzificazione più diffuso è quello del baricentro dove si pone, per ogni $r \in X$,

$$f'(r) = \frac{\int_Y f(r, y) \cdot y \, dy}{\int_Y f(r, y) \, dy}$$

Infine il passo più importante consiste nel calibrare tutto tramite un processo di "addestramento". A tale scopo si confronta la funzione ottenuta f' con la funzione che si voleva ottenere. Se il risultato non è soddisfacente si cambia l'interpretazione delle parole vaghe *Minimo*, *Veloce*, ... cioè si cambiano gli insiemi fuzzy con qualche tipo di strategia. Questo ultimo passo è necessario poiché l'informazione trasmessa

dall'esperto non è completa e deve essere completata tramite un processo di apprendimento.

Riassumiamo la procedura proposta dal controllo fuzzy.

STEP 1. Le parole

"Minimo", "Piccolo", "Lento" . . .

sono interpretate tramite "quantità fuzzy" in maniera ragionevole

STEP 2. Si associa ad ogni regola un punto fuzzy ed al sistema di regole la funzione fuzzy $f: X \times Y \rightarrow [0,1]$ ottenuta come unione dei punti fuzzy corrispondenti.

STEP 3. Tramite un processo di *defuzzificazione* si associa alla funzione fuzzy f una funzione determinista $f': X \rightarrow Y$.

STEP 4. Se f' è una approssimazione adeguata di f ci si ferma; altrimenti si cambia l'interpretazione delle parole vaghe . . . e si va a STEP 2.

7. Ragionamenti approssimati per il controllo fuzzy.

A dispetto del grande successo del controllo fuzzy non esiste un convincente giustificazione delle tecniche applicate. Vediamo allora se si possa inquadrare quanto proposto dal controllo fuzzy tramite la logica matematica. Naturalmente la prima tentazione è quella di interpretare la struttura del tipo SE-ALLORA di una regola come una implicazione logica. Ad esempio potremmo interpretare una regola come "If x is *Little* then y is *Slow*" tramite una formula della logica del primo ordine del tipo $Little(x) \rightarrow Slow(y)$. Sfortunatamente ciò non può essere fatto in un modo così diretto. Infatti, supponiamo che r sia un input tale che $Little(r)$ sia falso, allora la formula $Little(r) \rightarrow Slow(t)$ sarebbe vera per ogni t in Y e quindi ogni $t \in Y$ fornirebbe un controllo corretto. Ciò non è sicuramente nelle intenzioni dell'esperto che ha fornito le regole.

Partendo da tali considerazioni in [Gerlacontr] ho fornito una proposta per un approccio logico al controllo fuzzy basato sull'idea che dato un input r ed un possibile output t , il numero $f(r,t)$ rappresenta il grado di verità dell'asserzione " t è una buona risposta dato r ". Ciò significa che la f è ottenuta come interpretazione di un predicato vago *Buono* in una logica a più valori. Per illustrare una tale idea, consideriamo una logica a più valori valutata nella struttura $([0,1], \otimes, \sim)$ dove \otimes è una norma triangolare e la funzione $\sim: [0,1] \rightarrow [0,1]$ è definita ponendo $\sim(x) = 1-x$. These operation are devoted to interpret the conjunction and the negation connectives, respectively. The disjunction is interpreted by the co-norm \oplus defined by setting $x \oplus y = \sim(\sim x \otimes \sim y)$ and the implication by the operation \rightarrow defined by setting $x \rightarrow y = (\sim x) \oplus y$. Supponiamo inoltre che il linguaggio \mathcal{L} di tale logica contenga una simbolo di relazione binaria *Buono*. Detto questo, noi associamo al sistema (6.2) la teoria fuzzy $p: F \rightarrow [0,1]$ definita ponendo:

$$\left\{ \begin{array}{ll} A_1(x) \wedge B_1(y) \rightarrow Buono(x,y) & [1] \\ \dots & \\ A_n(x) \wedge B_n(y) \rightarrow Buono(x,y) & [1] \\ A_1(r) & [a_1(r)] \\ \dots & \dots \\ A_n(r) & [a_n(r)] \\ B_1(t) & [b_1(t)] \\ \dots & \dots \\ B_n(t) & [b_n(t)], \end{array} \right. \quad (6.1)$$

dove $r \in X$ e $t \in Y$. Più precisamente, l'insieme fuzzy p è definito ponendo

$$p(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{se } \alpha \text{ è la clausola } A_i(x) \wedge B_i(y) \rightarrow Buono(x,y), \\ a_i(r) & \text{se } \alpha \text{ è il fatto } A_i(r), r \in X \\ b_i(t) & \text{se } \alpha \text{ è il fatto } B_i(t), t \in Y \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Osserviamo che $A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_n$ denotano predicati e non quantità fuzzy come nel sistema (6.1). Inoltre,

mentre $p(A_i(r)) = a_i(r)$ per ogni $r \in X$, abbiamo posto $p(A_i(t)) = 0$ per ogni $t \in Y$. Similmente, mentre $p(B_i(t)) = b_i(t)$ per ogni $t \in Y$, abbiamo posto $p(A_i(r)) = 0$ per ogni $r \in X$ (non è restrittivo supporre che $X \cap Y = \emptyset$).

Il teorema seguente mostra che il calcolo di $f(r,t)$, dove f è ottenuta tramite la procedura proposta in controllo fuzzy è equivalente al calcolo del grado di dimostrabilità della formula $Buono(r,t)$ a partire dal fuzzy insieme di ipotesi p .

Teorema 1. *Si consideri il sistema (6.2) per il controllo fuzzy e sia f la funzione fuzzy definite come nel paragrafo precedente, allora, per ogni $r \in X$ e $t \in Y$,*

$$f(r,t) = D(p)(Buono(r,t))$$

dove D è l'operatore di deduzione dell'estensione canonica del calcolo dei predicati classico tramite la norma triangolare $*$.

Proof. Dati $r \in X$ e $t \in Y$, cerchiamo tutte le dimostrazioni di $Buono(r,t)$. Partiamo dalla prima regola, otterremo la seguente dimostrazione:

$A_1(x) \wedge B_1(y) \rightarrow Good(x,y)$,	[1] (ipotesi)
$A_1(r) \wedge B_1(t) \rightarrow Good(r,t)$	[1] (particolarizzazione)
$(A_1(r) \wedge B_1(t) \rightarrow Good(r,t)) \rightarrow (A_1(r) \rightarrow (B_1(t) \rightarrow Good(r,t)))$	[1] (tautologia)
$(A_1(r) \rightarrow (B_1(t) \rightarrow Good(r,t)))$	[1] (M. P.)
$A_1(r)$	$[a_1(r)]$ (ipotesi)
$(B_1(t) \rightarrow Buono(r,t))$	$[1 \otimes a_1(r)]$ (M.P.)
$B_1(t)$	$[b_1(t)]$ (ipotesi)
$Buono(r,t)$	$[a_1(r) \otimes b_1(t)]$ (M. P.)

Più in generale, dalla regola i -esima si ottiene una dimostrazione di $Buono(r,t)$ che è valutata con grado $a_i(r) \otimes b_i(t)$. Poiché non esistono altre possibili dimostrazioni di $Buono(r,t)$, possiamo concludere che

$$good(r,t) = D(p)(Good(r,t)) = \text{Max}\{a_1(r) \otimes b_1(t), \dots, a_n(r) \otimes b_n(t)\}.$$

Usando la nozione di prodotto cartesiano possiamo concludere che

$$good = (a_1 \times b_1) \cup \dots \cup (a_n \times b_n),$$

in accordance with Definition 2.1. □

Abbiamo visto come l'approccio logico al controllo fuzzy permetta di riottenere e quindi anche di giustificare le relative procedure. Naturalmente niente vieta che si possano considerare teorie più complesse per ottenere controlli più efficienti. Per prima cosa appare naturale ammettere anche regole con grado diverso da 1. In tale caso, se la regola i -esima viene valutata con il grado λ_i allora si ottiene una formula "parametrizzata" del tipo

$$D(p)(Good(r,t)) = \text{Max}\{\lambda_1 \otimes a_1(r) \otimes b_1(t), \dots, \lambda_n \otimes a_n(r) \otimes b_n(t)\}.$$

Allora nel processo di apprendimento potrebbe essere variata non solo la interpretazione dei predicati vaghi ma anche i pesi $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ assegnato a ciascuna regola. Naturalmente potrebbe persino accadere che nel processo di apprendimento alcune delle regole assumano peso 0 e che quindi tali regole vengano cancellate.

Ancora, si potrebbero considerare programmi più complessi. Ad esempio si potrebbe supporre che oltre ad esistere regole che dicano ciò che è buono ci siano anche regole che dicano ciò che andrebbe evitato in una azione di controllo. Ad esempio supponiamo che nel nostro linguaggio esista un predicato *Cattivo* e che al programma p sia aggiunta la regola

$$(\neg \text{Big}(x)) \wedge (\text{Fast}(y) \vee \text{Verifast}(y)) \rightarrow \text{Cattivo}(x,y) \quad [1]$$

In tale caso potremmo fondere i due tipi di informazione considerando un ulteriore predicato *Ottimo* ed aggiungendo al fuzzy programma p la regola

$$Buono(x,y) \wedge \neg \text{Cattivo}(x,y) \rightarrow \text{Ottimo}(x,y) \quad [1].$$

Naturalmente in tale caso dovremmo calcolare $ottimo(r,t) = D(p)(Ottimo(r,t))$ e poi dovremmo riferirci alla relazione fuzzy $ottimo : X \times Y \rightarrow [0,1]$ nel successivo processo di defuzzificazione e di apprendimento. Ad esempio, se si considera la norma di Łukasiewicz, si avrà che

$$ottimo(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{se } buono(x,y) \leq cattivo(x,y), \\ buono(x,y) - cattivo(x,y) & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

8. Il punto di vista logico-qualitativo contro punto di vista quantitativo in scienza

L'approccio quantitativo fallisce in medicina, in politica, in economia . . .

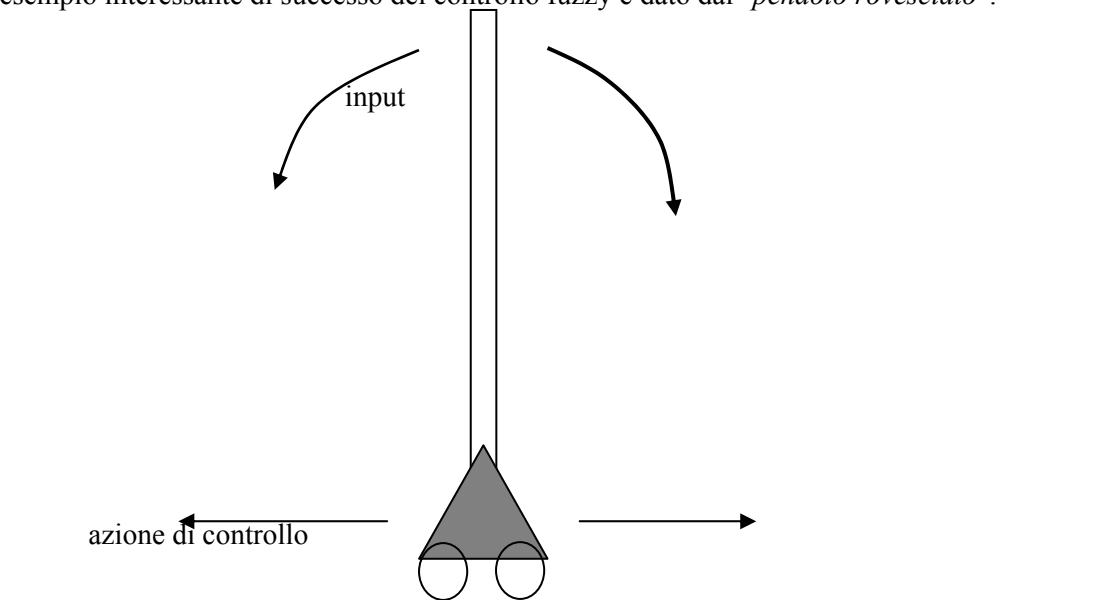
SE il governo non è molto stabile
e
l'inflazione è un poco aumentata
ALLORA
reinvesti buona parte dei tuoi titoli in beni immobili.

L'approccio quantitativo fallisce spesso anche nei campi tradizionalmente appartenenti alla fisica ed all'ingegneria

Per esempio, questo accade tutte le volte che:

- non si è riusciti a trovare una teoria adeguata
- esiste una teoria ma non si sanno risolvere le equazioni da essa fornite
- esiste una teoria, si sanno risolvere le equazioni da essa fornite ma tali funzioni sono troppo complicate da calcolare (tempo, memoria, costo)

Un esempio interessante di successo del controllo fuzzy è dato dal "*pendolo rovesciato*".



9. Macchine che scelgono a caso (da completare e correggere)

Ogni volta che in matematica si propone una definizione, si dovrebbe porre anche il problema di stabilire se tale definizione rappresenta adeguatamente il concetto che si vuole definire. Nel nostro caso si pone la questione se il concetto di automa finito sia adeguato a rappresentare (anche se in maniera astratta) tutte le macchine che esistono o che possono essere costruite in futuro macchine che non rientrano nella definizione di automa finito (tesi di adeguatezza).

In proposito si può osservare che esistono macchine (per meglio dire programmi) che hanno un comportamento non determinista, macchine cioè che in tempi diversi a parità di stato e di input possono avere comportamenti diversi. Tutte le macchine che "giocano" hanno una tale caratteristica, altrimenti il gioco si ripeterebbe sempre uguale e sarebbe poco interessante. Questo avviene per i giochi in cui l'aspetto probabilistico è tradizionalmente centrale, come ad esempio i solitari di carte, ma anche per giochi, come gli scacchi, in cui sembra che il calcolatore debba avere solo una buona capacità di ragionare. Infatti se il calcolatore avesse sempre lo stesso comportamento allora ripetendo molte volte la stessa partita non sarebbe difficile capire quali sono le mosse migliori e gli errori da evitare e quindi vincere.

Per potere introdurre la nozione di macchina che sceglie in modo probabilistico introduciamo prima la nozione di algoritmo non determinista. Fino ad ora abbiamo supposto che gli algoritmi considerati siano "deterministi" cioè che in ogni passo è determinato in modo unico il passo successivo. In realtà spesso sono considerate procedure che vengono chiamate *non deterministe* e che sono tali che ad un passo della computazione sono possibili diversi passi successivi che sono, in un certo senso, lasciati alla libera scelta. Ciò significa che esistono situazioni in cui viene definito non quello che "si deve" fare ad ogni passo di una computazione ma quello che "è lecito" fare. Abbiamo già incontrato nelle grammatiche l'idea di algoritmo non determinista. Infatti una grammatica fornisce delle norme per scrivere correttamente ma non impone che sia scritta una cosa oppure un'altra.

E' possibile dare anche la nozione di automa non determinista e di macchina di Turing non determinista.

Definizione 8.1. Un *automa non determinista* è una struttura definita da:

- tre insiemi X, Y, S finiti, detti rispettivamente *insieme degli input*, *insieme degli output* ed *insieme degli stati*,
- un insieme di stati S_0 detto *insieme degli stati iniziali*
- due funzioni $C : X \times S \rightarrow P(S)$ ed $O : X \times S \rightarrow P(Y)$ non deterministe dette rispettivamente *funzione di transizione* e *funzione di output*.

Il fatto che C ed O siano non deterministe significa che stante un input x ed uno stato s la macchina può passare ad uno stato qualunque purché sia in $C(x,s)$ ed emettere un qualunque output purché sia in $O(x,s)$. Data una qualunque sequenza di input x_1, \dots, x_n sono possibili varie computazioni che si ottengono al modo seguente:

- si parte da un qualunque stato s_0 in S_0 ,
- si sceglie uno stato s_1 in $C(x_1, s_0)$ e si sceglie un output y_1 in $O(x_1, s_0)$
- si sceglie uno stato s_2 in $C(x_2, s_1)$ e si sceglie un output y_2 in $O(x_2, s_1)$
- ...

E' chiaro che data la sequenza di input x_1, \dots, x_n si possono ottenere più sequenze di outputs in quanto ad ogni passo della computazione sono possibili diverse scelte. Pertanto un automa non determinista computa una funzione non determinista di X^+ in Y^+ .

Definizione 8.2. Un *automa probabilistico* è una struttura definita da:

- tre insiemi X, Y, S finiti, detti rispettivamente *insieme degli input*, *insieme degli output* ed *insieme degli stati*,
- uno stato s_0 detto *stato iniziale*
- due funzioni $C : X \times S \times S \rightarrow [0,1]$ e $O : X \times S \times Y \rightarrow [0,1]$ dette rispettivamente *funzione di transizione* e *funzione di output* tali che $\sum_{s' \in S} C(x, s, s') = 1$ e $\sum_{y \in Y} O(x, s, y) = 1$.

Interpretiamo

- $C(x, s, s')$ come la probabilità che, che stante l' input x e lo stato s , l'automa passi allo stato s'
- $O(x, s, y)$ come la probabilità che, che stante l' input x e lo stato s , l'automa emetta l'output y .

Naturalmente data una sequenza di input x_1, \dots, x_n non è determinato quale sarà la corrispondente serie di output. Tuttavia è possibile calcolare la probabilità che una data sequenza y_1, \dots, y_n di output sia quella che la macchina effettivamente emetterà.

Precisamente, data:

- la sequenza x_1, \dots, x_n di input
- una sequenza s_1, \dots, s_n di possibili stati, il valore

$$C(x_1, s_0, s_1) \cdot C(x_2, s_1, s_2) \cdot \dots \cdot C(x_n, s_{n-1}, s_n)$$

rappresenta la probabilità che la macchina si evolva seconda la sequenza s_1, \dots, s_n di stati.

Dato uno stato s , vi possono essere diverse sequenze di stati s_1, \dots, s_n che pervengono allo stato s cioè tali che $s_n = s$. Allora la probabilità di pervenire allo stato s sarà data da

$$p(s / x_1 \dots x_n) = \sum \{ C(x_1, s_0, s_1) \cdot C(x_2, s_1, s_2) \cdot \dots \cdot C(x_n, s_{n-1}, s_n) : s_n = s \}$$

mentre la probabilità

$$O(x_1, s_0, y_1) \cdot O(x_2, s_1, y_2) \cdot \dots \cdot O(x_n, s_{n-1}, y_n)$$

rappresenta la probabilità che vengano emessi gli output y_1, \dots, y_n in corrispondenza della evoluzione

Macchine di Turing non deterministiche

Definizione. Macchina di Turing non deterministica:

$$M = \langle \Sigma, \underline{b}, K, q_0, F, \delta_N \rangle$$

Σ alfabeto di simboli
 \underline{b} carattere speciale, spazio bianco
 K insieme finito di stati
 q_0 stato iniziale
 F insieme di stati finali
 δ_N funzione parziale di transizione
 $\delta_N: K \times \Sigma_{\underline{b}} \rightarrow P(K \times \Sigma_{\underline{b}} \times \{d, s, i\})$

La macchina di Turing non deterministica puo' eseguire piu' transizioni.

Def. Grado di non determinismo di una macchina M

$$v(M) = \max |\delta_N(q_i, \sigma_j)|$$

Una computazione eseguita da una macchina non deterministica puo' essere rappresentata con un albero di computazioni deterministiche.

nodi: configurazioni
 archi: transizioni

NOTA BENE. Il grado di non determinismo coincide con il massimo numero di figli di un nodo dell'albero di computazione

Possiamo utilizzare macchine di Turing non deterministiche per accettare linguaggi.

Def. Una MTND accetta una stringa se nell'albero di computazione e' possibile trovare almeno un ramo che corrisponde ad una computazione deterministica accettante (cioe', almeno una foglia dell'albero corrisponde ad una configurazione finale).

Equivalenza tra MT e MTND

Le MTND sono piu' "efficienti" ma non piu' potenti computazionalmente delle MT

Teorema. Data una macchina non deterministica M con grado di nondeterminismo d esiste una MT M' equivalente che simula k passi di M in $O(kd^k)$ passi

Dim.

L'albero di computazione di M viene visitato in ampiezza da M' (perche' non in profondita'?)

M' ha 3 nastri

nastro 1: contiene l'input

nastro 2: viene usato per generare, in ordine lessicografico, tutte le sequenze finite composte da cifre comprese tra 1 e d

nastro 3: nastro di lavoro

per ogni sequenza generata sul nastro 2, M' copia l'input sul nastro 3

le transizioni di ogni insieme $\delta_N(q, \sigma)$ sono numerate da 1 a d

ogni sequenza di lunghezza s sul nastro 2 e' in corrispondenza con una computazione di M di s passi

gli s numeri di ogni sequenza (compresi tra 1 e d) sono usati per scegliere ad ogni passo una transizione tra le d possibili

es. se s=4 e d=2 e la sequenza e' 2122 M' sceglie per la prima mossa la seconda transizione disponibile, per la seconda mossa la prima, ecc....

Se su qualche foglia dell'albero di computazione di M c'e' uno stato finale, allora M' lo raggiunge in tempo finito altrimenti M' non raggiunge mai uno stato finale.

Se M termina in k passi M' ha bisogno di

$$O\left(\sum_{j=0}^k jd^j\right) = O(kd^k) \text{ passi}$$

NOTA. Una macchina non deterministica puo' "risolvere" un problema (ad esempio, accettare un linguaggio) in tempo polinomiale rispetto alla lunghezza della stringa mentre la simulazione effettuata da una macchina deterministica richiede tempo esponenziale.

Per dimostare che

$$O\left(\sum_{j=0}^k jd^j\right) = O(kd^k) \text{ passi}$$

si puo' procedere come segue.

Tenendo conto del fatto che

$$\sum_{j=0}^k d^j = (d^{k+1}-1)/(d-1)$$

e derivando si ottiene:

$$\sum_{j=1}^k jd^{j-1} = (kd^{k+1}-(k+1)d^k+1)/(d-1)^2$$

e quindi

$$\sum_{j=1}^k jd^j = O(kd^k)$$

Lecture: IL CIRCOLO DELLA VAGHEZZA

Luciano Coen e Achille C. Varzi *La Stampa*, 28 aprile 2001

Lei. La prossima volta che andiamo a New York dobbiamo andare al circolo dei più-più, che ne dici?

Lui. Il circolo dei più-più?

Lei. È quel circolo a Manhattan dove si riuniscono le persone che sono il più di ogni cosa, in un senso o nell'altro. Ne parla Saul Bellow verso la fine di *Herzog*: c'è l'uomo più calvo di tutti i capelluti e il più capelluto degli uomini calvi; il più ricco dei poveri e il più povero dei ricchi; il gigante più piccolo e il nano più alto; il più furbo dei tonti e la più sciocca di tutte le persone intelligenti. Ci sono tutti, anche i ladri onesti e i bugiardi sinceri.

Lui. E che fanno?

Lei. Al sabato sera fanno una festa, cenano, ballano. Poi fanno una gara. «E se tu riconosci il più capelluto dei calvi dal più calvo dei capelluti—spiega Herzog—vinci un premio.»

Lui. È solo una storia...

Lei. Sì—ma è una storia curiosa, non trovi?

Lui. È una storia bizzarra. Non esistono criteri precisi per separare i calvi dai capelluti; quindi non ha senso pensare di riconoscere il più capelluto dei calvi.

Lei. Esattamente. E non è nemmeno una questione di limiti della nostra conoscenza. Ci sono uomini calvi, e ci sono uomini capelluti. Ma tra gli uni e gli altri vi è una zona grigia abitata da tipi che non si sa bene come classificare: uomini stempiati, maestri del riporto, capelloni dal cucuzzolo lucido. Inutile cercare di individuare nelle nostre pratiche linguistiche o nel nostro armamentario concettuale un criterio preciso e fondato per dire in ciascun caso se ci troviamo davanti a un calvo o a un capelluto. «Calvo» e «capelluto» sono concetti vaghi e vaghi sono i loro confini.

Lui. Dunque dobbiamo distinguere tre categorie. Ci sono i tipi decisamente calvi (Picasso), ci sono i tipi decisamente capelluti (il conte di Montecristo), e poi ci sono i casi dubbi. Stando così le cose, il circolo di New York potrebbe annoverare fra i suoi membri i rappresentanti estremi di tutte e tre le categorie e la gara dei più-più non sarebbe poi così bizzarra.

Lei. Purtroppo le cose non sono così semplici. Due confini precisi non sono meglio di uno. E se è impossibile riconoscere il più capelluto dei calvi è altrettanto impossibile riconoscere il più calvo tra i casi dubbi. La vaghezza di questi concetti non si esaurisce nell'esistenza di casi intermedi: è la mancanza di un *confine preciso* alle loro condizioni di applicazione che li rende vaghi.

Lui. Immaginiamo di trovarci in una stanza col conte di Montecristo e supponiamo di cominciare a strappargli i capelli, uno a uno. All'inizio del processo il conte è capelluto. Alla fine sarà calvo. Ma a che punto preciso smetterà di essere capelluto? A che punto comincerà a essere calvo?

Lei. Se anche fossimo onniscienti ci sarebbe impossibile fornire risposte esatte a domande come queste: neanche Dio saprebbe dire quando il conte di Montecristo è diventato calvo. Un ragionamento analogo ci convincerà che non basta nemmeno aumentare il numero delle categorie distinguendo tra casi chiaramente intermedi e casi intermedi di casi intermedi, o casi intermedi di casi intermedi di casi intermedi. Moltiplicare il numero dei confini equivale ad assumere una precisione ancora maggiore di quella che si immaginano al circolo dei più-più. E questo è un problema serio perché dà luogo a un vero e proprio grattacapo logico. Senza farci caso ci ritroviamo infatti in una situazione contraddittoria. Da un lato le due affermazioni seguenti sembrano ovvie:

- (1) Dopo la rimozione del primo capello, il conte di Montecristo è ancora capelluto.
- (2) Se dopo la rimozione del capello numero n il conte di Montecristo è ancora capelluto, lo è anche dopo la rimozione del capello numero $n + 1$. (Che differenza può fare un capello?)

Dall'altro lato vogliamo sicuramente poter negare che:

- (3) dopo la rimozione dell'ultimo capello il conte di Montecristo è ancora capelluto. (A quel punto anche il conte sarà completamente calvo.)

Tuttavia l'asserzione (3) segue logicamente dalla congiunzione di (1) e (2).

Lui. Quindi o rinunciamo a una di quelle due asserzioni, contrariamente alle nostre intuizioni su cosa voglia dire essere capelluto; oppure ci troviamo costretti a rinunciare ad alcuni elementari principi di ragionamento logico.

Lei. È un problema di cui si era preoccupato lo stesso Gottlob Frege, uno dei padri della logica moderna. Frege individuava proprio nella delimitazione rigorosa di ogni concetto uno dei presupposti fondamentali per l'applicazione delle leggi logiche. Ma sapeva anche che questo modo di procedere ha a sua volta conseguenze infelici: i concetti impiegati in matematica e presso le cosiddette scienze esatte sono esenti da

vaghezza, ma la stragrande maggioranza dei concetti di cui ci serviamo comunemente sono vaghi. Lo sono gli aggettivi che usiamo per descrivere le persone e le cose che ci circondano (calvo, ricco, bello, giovane, felice, pesante, vicino, profumato), i sostantivi (montagna, città, casa, giardino, vacanza, passeggiata), i verbi (amare, rispettare, picchiare, digerire, correre, sapere, credere), e così via.

Lui. A ben vedere, nemmeno i nomi propri che usiamo per individuare le persone sono del tutto esenti da vaghezza. Quali sono, esattamente, i confini del signor Rossi? Sicuramente il corpo di Rossi include il suo cuore e i suoi polmoni e sicuramente non include il cuore e i polmoni di Bianchi. Ma che dire della caramella che Rossi ha appena messo in bocca: fa parte del suo corpo? Ne farà parte soltanto una volta che avrà cominciato a masticarla? Soltanto dopo che l'avrà ingoiata? Solo dopo che avrà cominciato a digerirla?

Lei. Ecco dunque il dilemma. Da un lato la vaghezza dà luogo a dei veri e propri paradossi. Dall'altro lato, se applicassimo il criterio di Frege ed eliminassimo dal campo di applicazione della logica tutte quelle parole e quei concetti che esibiscono una vaghezza di qualche sorta ci ritroveremmo con una lingua molto impoverita—una lingua così povera da risultare del tutto inutile.

Lui. Del resto non è nemmeno detto che il criterio di Frege sia applicabile davvero. Lo sarebbe (almeno in linea di principio) se esistesse una chiara linea di demarcazione tra ciò che è vago e ciò che non lo è. Ma anche qui ci troviamo dinnanzi a un'ipotesi discutibile: certi concetti sono vaghi e certi sono precisi, ma esistono concetti che sembrano trovarsi in una situazione incerta. Il concetto di *persona* è vago? Vi è un momento esatto in cui una persona cessa di *vivere*? Vi è un momento esatto in cui una donna diventa *madre*? A ben vedere, vi sono dei concetti per i quali la questione della vaghezza è a sua volta indeterminata.

Lei. Come scriveva il filosofo inglese John Austin: 'vago' è vago.

Lui. Se è così, se ne deve concludere che non esiste un confine netto tra i concetti vaghi e quelli non vaghi, proprio come non esiste un confine netto tra gli uomini calvi e quelli non calvi.

Lei: Non solo non esiste: è impossibile tracciarlo.

Lui. E se è impossibile tracciare un confine netto, è impossibile eliminare la vaghezza. Come hai detto che si chiamava quel circolo di New York...?

Il libro delle macchine

di Samuel Butler

[La rivoluzione] era scoppiata circa cinquecento anni prima del mio arrivo, e da tempo, ormai, la gente si era adattata al nuovo stato di cose, benché a quell'epoca il paese fosse caduto nella più nera miseria e la reazione che seguì per poco non avesse preso il sopravvento. La guerra civile infuriò per anni, e si dice che la popolazione si riducesse della metà. I due partiti avversi erano denominati macchinisti e antimacchinisti: da ultimo, come ho detto, gli antimacchinisti ebbero la meglio, e trattarono i loro nemici con tale inaudita ferocia da estirpare radicalmente ogni opposizione.

Tuttavia, cosa strana, permisero che alcuni strumenti meccanici restassero in uso. Merito, immagino, dei professori di Ambiguità e di Sotterfugio i quali fecero ferro e fuoco per impedire che i nuovi principi venissero applicati fino alle loro legittime conclusioni. Insistettero anche perché gli antimacchinisti adoprassero in guerra tutti i mezzi conosciuti dell'arte bellica; e durante le ostilità si inventarono molte armi di offesa e di difesa. [...]

Tornato alla capitale, durante le ultime settimane o meglio gli ultimi giorni del mio soggiorno in Erewhon, scrissi in inglese un resumé dell'opera che aveva provocato la famosa rivoluzione. La mia ignoranza dei termini tecnici mi ha portato probabilmente a commettere parecchi errori, e qua e là, quando il testo mi è parso intraducibile, ho semplicemente sostituito nomi e idee inglesi ai nomi e alle idee erewhoniane. Ma assicuro il lettore che la traduzione è per lo più fedele all'originale. Ritengo opportuno inserirla qui.

L'autore comincia così: "Vi fu un tempo in cui la terra, almeno per quel che sappiamo, mancava completamente di vita vegetale e animale e, a detta dei nostri migliori filosofi, era solo una sfera incandescente coperta da una crosta che andava gradatamente raffreddandosi. Ora, se a quell'epoca fosse esistito un essere umano che, sprovvisto di ogni nozione scientifica, avesse potuto vedere la terra come un qualsiasi altro mondo a lui completamente estraneo, non gli sarebbe parso impossibile che da quella specie di tizzone ardente potessero nascere e svilupparsi creature dotate di una qualche sorta di coscienza? Non avrebbe egli negato che potesse contenere un germe qualunque di coscienza? Eppure, col volgere dei millenni, la coscienza apparve. Perché, allora, non esisterebbero nuove strade attraverso cui essa giungerà a manifestarsi, anche se per ora quelle strade sono invisibili ai nostri occhi?"

"E ancora. Se la coscienza, in tutte le accezioni attuali del termine, si è manifestata a un certo punto come cosa nuova e, per quanto ci è dato sapere, successiva persino alla comparsa di un centro individuale di azione e di un sistema riproduttivo (quale vediamo esistere nelle piante anche in assenza di coscienza apparente), perché non potrebbe prodursi una nuova fase dello spirito tanto diversa da tutte le fasi finora conosciute quanto lo spirito degli animali è diverso da quello dei vegetali?"

"Sarebbe assurdo tentare di definire un tale stato spirituale (o comunque lo si voglia chiamare) in quanto è così estraneo all'uomo che la sua esperienza non può aiutarlo in alcun modo a concepirlo. Ma certo, quando pensiamo alle molteplici fasi della vita e della coscienza evolutesi fino ad oggi non possiamo affermare con sicurezza che non possono prodursene altre, e che la vita animale sia il limite estremo di tutte le cose. C'era un tempo in cui il limite di tutte le cose era il fuoco, e un tempo in cui lo erano l'acqua e le rocce."

Dopo aver dissertato per diverse pagine su questo argomento, l'autore passa a chiedersi se oggi si possano scorgere segni precursori di questa nuova fase di vita; se si notano circostanze ambientali che potranno, in un lontano futuro, favorirne lo sviluppo: se, in pratica, oggi, sulla terra, si può rintracciare la cellula primordiale che la produrrà. Nel suo trattato egli risponde a questo interrogativo affermativamente, e indica come corrispondenti di quella cellula le macchine più perfezionate.

"Il fatto che attualmente le macchine posseggano ben poca coscienza, non ci autorizza affatto" - cito le sue parole - "a ritenere che la coscienza meccanica non raggiungerà col tempo il massimo sviluppo. Un mollusco

non possiede gran che di coscienza. Pensate alla straordinaria evoluzione delle macchine in questi ultimi secoli, e osservate con quale lentezza progrediscono il regno vegetale e quello animale. Le macchine più altamente organizzate sono creature non di ieri, ma addirittura degli ultimi cinque minuti, oserei dire, di fronte alla storia dell'universo. Supponiamo che gli esseri coscienti esistano da venti, venticinque milioni di anni: guardate quali passi da gigante hanno fatto le macchine nell'ultimo millennio! Il mondo non può forse durare altri venti milioni di anni? Ma se dura altri venti milioni di anni, cosa finiranno per diventare le macchine? Non è più prudente distruggere il male all'inizio e impedire loro di progredire ulteriormente?

"Chi può dire che la macchina a vapore non possieda una qual sorta di coscienza? Dove comincia e dove finisce la coscienza? Chi può fissare il limite? Chi può fissare un qualunque limite? Non sono forse le cose intessute tutte l'una con l'altra? E le macchine non sono legate in mille modi alla vita animale? Il guscio di un uovo è fatto di una materia bianca e fragile, e rappresenta a suo modo una macchina non meno di un portauovo; il guscio è uno strumento per contenere l'uovo come il portauovo è uno strumento per contenere il guscio: sono entrambi fasi della stessa funzione; la gallina fabbrica il guscio dentro di sé, ma ciò non toglie che il guscio sia un semplice vaso. La gallina si fabbrica il nido all'esterno per ragioni di comodità, ma anche il nido è una macchina né più e né meno del guscio. Una 'macchina' è soltanto uno 'strumento'."

Poi, tornando alla coscienza, e tentando di scoprirne le prime manifestazioni, l'autore prosegue:

"Esiste una pianta che si nutre di materie organiche attraverso i suoi fiori; quando una mosca si posa sul bocciuolo, i petali si chiudono e la rinserrano finché la pianta non l'ha divorata e assimilata; ma quegli stessi petali imprigionano soltanto ciò che può nutrirla. Di una goccia di pioggia o di una scheggia di legno non fanno alcun caso. Curioso: una cosa tanto incosciente sa distinguere tanto bene il proprio utile! Se questa è incoscienza, a che serve la coscienza?"

"Dovremmo dire che la pianta non sa cosa sta facendo semplicemente perché non ha occhi, orecchi e cervello? Se diciamo che agisce meccanicamente, non saremmo forzati ad ammettere che anche molte altre azioni, apparentemente ben deliberate, sono meccaniche? Se a noi sembra che la pianta uccida e mangi la mosca meccanicamente, perché alla pianta non può sembrare che l'uomo uccida e mangi meccanicamente l'agnello?"

"Ma si potrà dire che la pianta è priva di ragione, perché la sua crescita è involontaria. In determinate circostanze ambientali della terra, dell'aria, e di una certa temperatura, la pianta cresce forzatamente; è come un orologio, che una volta caricato continua a funzionare finché non esaurisce la carica e non viene arrestato da cause estranee; è come la nave, che quando il vento soffia e gonfia le sue vele è costretta a solcare il mare. Ma un ragazzo sano può forse impedirsi di crescere, quando mangia, beve, ed è ben coperto? Esiste qualcosa che può impedirsi di procedere finché gli dura la carica, o di fermarsi quando essa si esaurisce? Non scorgiamo in ogni cosa un meccanismo, come nell'orologio? Persino una patata in una cantina buia possiede una sua bassa astuzia che sfrutta a dovere. Conosce perfettamente il suo scopo, e come realizzarlo. Sente la luce entrare dalla finestra e protende verso di lei i suoi germogli; eccoli strisciare raso terra, arrampicarsi su, lungo il muro, fino al davanzale, e fuori della finestra. Se da qualche parte, lungo il percorso, c'è un po' di terra, la pianta riesce a rintracciarla e ad adoprare per i suoi fini. Quali attente riflessioni essa faccia una volta piantata nella terra per dirigere quei germogli, lo ignoriamo, ma possiamo immaginarla tutta intenta a ragionare più o meno così: 'metterò un tubero in questo punto e un altro un poco più in là, in modo da assorbire ciò che mi serve fra quanto mi circonda. Questa pianta vicina la soffocherò con la mia ombra, e quest'altra la scalzerò dalle radici; e ciò che potrò fare sarà il limite di ciò che farò. Chi è più forte di me e si trova in posizione più avvantaggiata mi vincerà, mentre io vincerò chi è più debole.'"

La patata esprime tutto ciò nel farlo. Non è forse questo il migliore dei linguaggi? Cos'è la coscienza se questa non è coscienza? Non ci riesce facile simpatizzare con le emozioni di una patata o con quelle di un'ostrica, perché la patata non fa chiasso quando la lessano, come non fa chiasso l'ostrica quando viene aperta: mentre nulla per noi è più eloquente del chiasso; ne facciamo tanto quando soffriamo. E siccome ostriche e patate non ci infastidiscono con manifestazioni di dolore, pretendiamo che non sentano nulla. Ed effettivamente non sentono nulla dal punto di vista del genere umano: ma il genere umano non è tutto.

"Se poi qualcuno obietta che l'azione della patata è soltanto chimica e meccanica, e dovuta agli effetti chimici e meccanici della luce e del calore, bisognerebbe chiedere, per tutta risposta, se ogni sensazione non è un processo chimico e meccanico; se le cose che noi riteniamo puramente spirituali non sono mutamenti di equilibrio in una serie infinita di leve, a partire da quelle troppo piccole per essere visibili al microscopio fino ad arrivare al braccio dell'uomo e agli strumenti di cui si serve. Chi ci dice che non esista un movimento molecolare del pensiero da cui si può dedurre una teoria dinamica delle passioni? In altre parole non dovremmo chiederci di quale specie di leve è composto un uomo invece di domandarci qual è il suo carattere? In quale equilibrio sono quelle leve? Quale sostanza occorrerà per farle funzionare e spingerle a compiere questo o quell'atto; e in quale quantità? [...]

"O si deve riconoscere" - continuava - "che molti atti finora considerati puramente meccanici e inconsci contengono più germi di coscienza di quanto si ammetta (e in tal caso quei germi si riscontreranno anche in molti atti compiuti dalle macchine superiori) ovvero (accettando la teoria dell'evoluzione ma negando contemporaneamente una coscienza nell'azione dei vegetali e dei cristalli) la razza umana discende da esseri assolutamente privi di coscienza. Nel secondo caso non è da escludere a priori che dalle macchine attualmente esistenti discendano in avvenire macchine coscienti (e più che coscienti), anche se l'apparente assenza di un sistema riproduttivo nel regno meccanico fa sembrare la cosa improbabile. Quest'assenza, comunque, è solo apparente, e lo dimostrerò. Non si deve credere che io abbia paura delle macchine attualmente esistenti. Probabilmente tutte le macchine conosciute sono solo prototipi della vita meccanica futura. Rispetto alle macchine dell'avvenire quelle di oggi sono come i primi sauri rispetto all'uomo. Le più grandi, con tutta probabilità, si rimpiccioliranno molto. Alcuni dei primi vertebrati avevano proporzioni molto maggiori di quelle ereditate dai loro discendenti, dotati di organismi più perfetti; allo stesso modo le macchine, man mano che si sviluppano e progrediscono, si riducono di dimensioni.

"Prendete ad esempio l'orologio; osservate il suo meccanismo perfetto, il giuoco intelligente delle minuscole parti che lo compongono; eppure questa piccola creatura è solo il perfezionamento delle ingombranti pendole che l'hanno preceduta; non una degenerazione. Verrà un giorno in cui le pendole, che certo finora non si sono rimpicciolite, verranno soppiantate dall'uso universale dell'orologio: la loro diverrà quindi una specie estinta, come quella degli ittiosauri, mentre l'orologio, che da qualche anno tende a rimpicciolire invece che ad ingrandire, rimarrà l'unica stirpe sopravvissuta di una razza estinta.

"Ma, per tornare all'argomento, nessuna delle macchine attuali, ripeto, mi spaventa. Ciò che mi spaventa è la straordinaria rapidità con cui esse si stanno trasformando in qualcosa di ben diverso da quello che, sono oggi. Nessuna specie animale o vegetale ha mai fatto, in passato, simili passi da gigante. Non dobbiamo dunque sorvegliare gelosamente il loro progresso, e arrestarlo finché siamo ancora in tempo? E per far à ciò non è necessario distruggere le macchine più progredite oggi in uso, anche se si ammette che di per sé non costituiscono un pericolo?

"Per ora le macchine ricevono le impressioni attraverso il veicolo dei sensi dell'uomo. Una locomotiva in moto lancia un grido acuto di allarme per avvertire una compagna e costei immediatamente si ritira: ma è attraverso le orecchie del conducente che la voce dell'una ha avvertito l'altra. Senza il conducente la macchina chiamata sarebbe stata sorda al grido di richiamo. Un tempo, certo, sembrò molto improbabile che le macchine apprendessero a manifestare i loro bisogni coi suoni, sia pure attraverso l'orecchio dell'uomo. Non possiamo, dunque, immaginare che verrà un giorno in cui quell'orecchio non sarà più necessario, e le macchine saranno capaci di cogliere il suono grazie alla loro stessa delicata struttura, un giorno in cui il loro linguaggio si sarà evoluto fino a diventare, da strillo animalesco, un discorso complesso come quello umano?

"È possibile che a quell'epoca i bambini impareranno il calcolo differenziale (come ora imparano a parlare) dalla madre o dalla nutrice; o che conosceranno il linguaggio ipotetico o la regola del tre; ma non è probabile. Non possiamo sperare in un progresso delle capacità intellettuali o fisiche dell'uomo che regga al confronto del molto maggiore sviluppo cui sembrano destinate le macchine. Alcuni potranno dire che l'influenza morale dell'uomo basterà a dominarle: ma non mi sembra prudente contare molto sul senso morale delle macchine.

"Fra l'altro, la maggiore gloria delle macchine non potrebbe consistere proprio nella mancanza del tanto vantato dono della parola? `Il silenzio - ha detto uno scrittore - è una virtù che ci rende utili ai rostri simili.'"

"Ma ci si pongono altri interrogativi. Cos'è l'occhio dell'uomo, se non una macchina attraverso cui la piccola creatura che vi siede dietro, nel cervello, può guardare? L'occhio morto, per qualche tempo dopo la morte, è ancora quasi come l'occhio vivo: non è l'occhio, quindi, che non può più vedere, ma è la creatura senza pace che non può più guardare attraverso di esso. Chi ci ha svelato l'esistenza di un'infinità di mondi, l'occhio dell'uomo o la grande macchina ottica? Cosa ci ha permesso di contemplare i paesaggi lunari, le macchie del sole, la geografia dei pianeti? La macchina. Tutte queste cose l'uomo le vede grazie alla grande macchina ottica. E se non divenisse tutt'uno con la macchina, se non rendesse la macchina parte e frammento di sé, non potrebbe vederle. E ancora, chi ci ha mostrato l'esistenza di organismi infinitamente minuscoli, che pullulano insospettati intorno a noi? L'occhio o la piccola macchina ottica?"

"E guardate la capacità di calcolo dell'uomo, tanto vantata! Non possediamo macchine in grado di eseguire tutte le operazioni più in fretta e più correttamente di noi? Quale laureato in Ipotetica di una qualunque Scuola dell'Irragionevolezza oserebbe competere con certe macchine nella loro particolare funzione? Di fatto, ogniqualvolta si richiede precisione, l'uomo ricorre immediatamente alla macchina, e la preferisce di gran lunga a sé stesso. Alle nostre macchine calcolatrici non sfugge mai una cifra, ai nostri telai non sfugge mai una maglia. La macchina è ancora veloce e attiva, quando l'uomo è affaticato; ha la mente lucida e il ragionamento perfetto, quando l'uomo è inebetito e ottenebrato; non ha bisogno di riposare, quando l'uomo se non dorme soccombe. Sempre al suo posto, sempre pronta al lavoro, la sua alacrità non langue mai, la sua pazienza non viene mai meno; può avere più forza di cento uomini messi insieme, può camminare sull'acqua dei fiumi più vasti senza affondare. E questa è solo la pianta ancora in germoglio: che accadrà quando sarà in piena fioritura?"

"Chi ci assicura che l'uomo vede e sente veramente? Egli è un tale alveare, un tale brulicante nido di parassiti, che c'è da chiedersi se il suo corpo non appartenga più a essi che a lui, e se dopo tutto egli non sia altro che una specie di formicaio. Non potrebbe dunque anche l'uomo diventare una specie di parassita delle macchine? Un pidocchio affezionato che fa loro il solletico per stimolarle?"

"Alcuni dicono che il nostro sangue è composto di infiniti organismi viventi che van su e giù per le strade e i vicoli del nostro corpo, come la gente per le vie di una città. Quando da una certa altezza guardiamo le arterie affollate di traffico, non pensiamo forse istintivamente a corpuscoli sanguigni che viaggiano nelle vene e nutriscono il cuore della città? Per non parlare dei condotti sotterranei, dei nervi nascosti che trasmettono le sensazioni da un capo all'altro del corpo della città;

delle mascelle sbadiglianti delle stazioni ferroviarie, attraverso cui la circolazione giunge direttamente al cuore, che riceve le linee venose e scarica quelle arteriose, in un eterno pulsare di creature umane. E il sonno della città, come è simile alla vita! col ritmo della sua circolazione che muta."

A questo punto l'autore diventava così disperatamente oscuro che fui costretto a tralasciare parecchie pagine. Poi riprendeva:

"Si può rispondere che, anche se le macchine riuscissero a sentire perfettamente e a parlare col massimo buon senso, il loro udito e la loro favella sarebbero al nostro servizio, e non al loro; che l'uomo sarà sempre la mente direttiva, e la macchina la sua serva; che la macchina si trova, rispetto all'uomo, nella stessa posizione degli animali inferiori,

perché persino la locomotiva altro non è se non una specie di cavalli, più economico; cosicché, lumi dall'essere destinate a raggiungere, nella loro evoluzione, una forma di vita superiore a quella umana, le macchine devono la loro stessa esistenza e il loro progresso unicamente alla capacità che hanno di soddisfare i bisogni dell'uomo, e di conseguenza sono e saranno sempre inferiori a lui.

"Tutto ciò non farebbe una grinza: ma in realtà, pian piano, attraverso impercettibili mutamenti, il servo finisce per diventare padrone; e già siamo arrivati al punto in cui l'uomo, se fosse costretto a fare a meno della macchina soffrirebbe terribilmente. Se tutte le macchine venissero distrutte nello stesso istante, e all'uomo non restasse né un coltello, né una leva, né uno straccio di vestito, nulla di nulla, tranne il corpo

nudo e crudo con cui è venuto al mondo; se ogni nozione delle leggi meccaniche gli venisse tolta, ed egli non fosse più capace

di fabbricare macchine; se tutto il cibo prodotto dalle macchine venisse distrutto, e la razza umana si trovasse spogliata di ogni cosa come su un'isola deserta, nel giro di sei settimane scompariremmo dalla faccia della terra. Pochi infelici, forse, sopravvivrebbero, ma anch'essi, in un paio d'anni, sarebbero ridotti peggio delle scimmie. L'anima stessa dell'uomo è dovuta alla macchina; è un prodotto della macchina; perché l'uomo pensa come pensa, prova le sensazioni che prova, per l'influsso e l'azione delle macchine su di lui. Senza le macchine egli non esisterebbe, come le macchine non esisterebbero senza di lui. Questo ci impedisce di chiedere la distruzione totale delle macchine, ma allo stesso tempo ci dimostra che è necessario distruggere tutte quelle che non ci sono indispensabili, per non diventare ancora più schiavi della loro tirannia.

"Da un punto di vista bassamente materialistico si direbbe che abbia vita più prospera chi adopera le macchine quando gli fa comodo e gli conviene. Ma è proprio questa l'astuzia delle macchine: servono per poter comandare. Se l'uomo distrugge per intero una loro razza, non gli serbano alcun rancore, purché ne crei un'altra più perfetta; e anzi lo ricompensano generosamente per aver così accelerato il loro sviluppo. È quando le trascura che egli si espone alla loro collera, o quando non fa sforzi sufficienti per inventarne di nuove, o quando le distrugge senza sostituirle con altre. Eppure è proprio questo che dobbiamo fare, e al più presto; perché anche se la nostra ribellione contro il loro potere nascente provocherà infinite sofferenze, dove andremo a finire se aspetteremo ancora a ribellarci?"

"Esse hanno approfittato dell'ignobile preferenza dell'uomo per i suoi interessi materiali di fronte a quelli spirituali, e lo hanno vilmente indotto a fornire loro quell'elemento di lotta e di competizione senza cui nessuna specie può progredire. Gli animali inferiori progrediscono perché lottano fra di loro: il più debole soccombe, mentre il più forte si riproduce e trasmette la propria forza. Le macchine, incapaci di lottare esse stesse, hanno spinto l'uomo a lottare in loro vece: finché egli compie il proprio dovere regolarmente, non rischia nulla (almeno così crede); ma appena cessa di combattere per favorire il progresso delle macchine incoraggiando le buone e distruggendo le cattive, resta indietro nella corsa per il potere; e ciò significa che si troverà a soffrire mille disagi e forse perirà.

Quindi già adesso le macchine servono l'uomo solo a patto di essere servite, e pongono loro stesse le condizioni di questo mutuo accordo. Non appena l'uomo vien meno ai patti esse insorgono e si distruggono, distruggendo contemporaneamente tutto quello che possono oppure si imbizarriscono e si rifiutano di lavorare. Quanti uomini vivono oggi in stato di schiavitù rispetto alle macchine? Quanti trascorrono l'intera vita, dalla culla alla tomba, a curare giorno e notte le macchine? Pensate al numero sempre crescente di uomini che esse hanno reso schiavi, o che si dedicano anima e corpo al progresso del regno meccanico: non è evidente che le macchine stanno prendendo il sopravvento su di noi?"

"La macchina a vapore assorbe il cibo e l'assimila col fuoco, esattamente come l'uomo. Alimenta la combustione con l'aria, esattamente come l'uomo. Ha un polso e una circolazione, come l'uomo. Per ora, lo ammetto, il corpo dell'uomo è ancora il più versatile, ma è anche più antico. Date alla macchina a vapore solo metà del tempo di cui l'uomo ha potuto disporre, fate che essa approfitti ancora del nostro cieco amore per lei, e a quali vette non giungerà tra breve?"

"Indubbiamente determinate funzioni della macchina a vapore resteranno immutate per miriadi di anni: forse sopravvivranno persino quando l'uso del vapore sarà superato. Il pistone, il cilindro, la ruota motrice, il bilanciante e altre parti della macchina probabilmente non muteranno mai, proprio come certi modi di mangiare, di bere e di dormire, che l'uomo ha ancora in comune con molti animali inferiori. Ci sono animali che hanno un cuore che batte come il nostro, e vene e arterie, e occhi, orecchie e naso; che sospirano nel sonno, e piangono e sbadigliano, come noi; che amano i loro figli; che provano piacere e dolore, speranza, paura, ira, vergogna; che hanno memoria e prescienza; che sanno quali cose possono portar loro la morte, e temono la morte quanto noi: che si comunicano i loro pensieri e in certi casi fanno agire in accordo e in armonia. La serie delle somiglianze è infinita: vi ho accennato solo perché si potrebbe obiettare che, siccome difficilmente la macchina a vapore verrà migliorata nei suoi elementi principali, ormai, con tutta probabilità, non si modificherà gran che. Questo è troppo bello per essere vero. Si modificherà, e si adatterà a un'infinita varietà di scopi, proprio come l'uomo si è modificato fino a conquistare capacità negate ai bruti.

"Per ora il fochista è, per la sua macchina, più o meno quello che è il cuoco per noi. Pensate agli uomini che lavorano nelle miniere e nei pozzi di carbone, pensate ai mercanti che vendono il carbone e ai treni che lo trasportano, ai macchinisti, alle navi di carico: che esercito di servitori impiegano le macchine! Non ci sono forse più uomini impegnati a curare le macchine che a curare i propri simili? Le macchine non mangiano come gli uomini? Non stiamo noi stessi creando gli esseri che devono prendere il nostro posto nella supremazia della terra? Non stiamo perfezionando giorno per giorno la bellezza e la precisione del loro organismo, accrescendo quotidianamente la loro potenza e fornendo loro anche quella capacità di autocontrollo e di autonomia che varrà più di qualsiasi intelligenza?

"Non è una novità che la macchina si nutrisca! L'aratro, la vanga e il carro si nutrono attraverso lo stomaco dell'uomo; il combustibile che li mette in moto deve bruciare nella fornace di un uomo o di un cavallo. Per poter scavare l'uomo deve consumare-- pane e carne; il pane e la carne sono il combustibile che fa funzionare la vanga. Se un aratro è tirato da un cavallo, la sua forza motrice è rappresentata dall'erba, dalle fave o dall'avena, che bruciano nel ventre dell'animale, dandogli la forza -per lavorare; senza di esse il lavoro cesserebbe proprio come una macchina a vapore si fermerebbe se il forno che l'alimenta si spengesse.

"Uno scienziato ha dimostrato che nessun animale ha il potere di produrre energia meccanica, ma che tutto il lavoro da lui fatto finché era vivo, e il calore ottenuto bruciando la materia combustibile emessa dal suo corpo, nonché il suo corpo stesso dopo la morte, sommati insieme rappresentano l'esatto equivalente del calore che si otterrebbe bruciando tutto il cibo da lui mangiato durante la vita, più una quantità di combustibile capace di sviluppare lo stesso calore sviluppato dal suo corpo bruciato immediatamente dopo la morte'. Non so come l'ha scoperto tutto ciò, ma è un uomo di scienza. Come si può allora negare la vitalità futura delle macchine basandosi sul fatto che attualmente, cioè nel loro stadio infantile, sono sottoposte a esseri di per sé incapaci di originare energia meccanica?

"Ciò che preoccupa di più, tuttavia, è il constatare che, mentre un tempo gli animali erano il solo stomaco di cui le macchine potevano disporre, oggi ve ne sono molte con uno stomaco loro proprio, e capaci di assimilare il cibo da sole. Ciò rappresenta un grosso passo avanti nell'evoluzione che le renderà, se non animate, almeno talmente simili agli esseri animati che non saranno molto più diverse da noi di quanto gli animali siano diversi dai vegetali. E benché l'uomo sia destinato a rimanere, sotto certi aspetti, un essere superiore, ciò non è forse in accordo con i comuni artifici della natura, che lascia alcune forme di superiorità ad animali nel complesso superati da tempo? Non ha permesso alla formica e all'ape di restare superiori all'uomo per l'organizzazione della comunità e i sistemi sociali? O all'uccello per il volo? O al pesce per il nuoto? O al cavallo per la forza e la velocità, e al cane per l'abnegazione?

"Alcuni, con cui ho avuto occasione di parlare di questo argomento, sostengono che le macchine non potranno mai avere un'esistenza animata o quasi animata, in quanto non posseggono sistema riproduttivo e probabilmente non lo possederanno mai. Se con ciò si vuol dire che non possono sposarsi, e che non ci sarà mai dato di vedere una fertile unione tra due locomotive, con i piccoli che giocano davanti alla porta della rimessa (anche se la cosa ci piacerebbe tanto) lo ammetto senz'altro. Ma è un'obiezione molto superficiale. Nessuno pensa che tutti i caratteri degli organismi attualmente esistenti possano ripetersi esattamente in una forma di vita del tutto nuova. Il sistema riproduttivo degli animali è molto diverso da quello delle piante, ma è pur sempre un sistema riproduttivo. Perché la natura dovrebbe avere esaurito le forme del potere di riproduzione?

"Certo se una macchina è capace di riprodurre sistematicamente un'altra, si può dire che possiede un sistema riproduttivo. Cos'è infatti un sistema riproduttivo, se non un sistema per la riproduzione? E quante sono le macchine che non vengono riprodotte sistematicamente da altre macchine? Ma, direte, è l'uomo che le fa riprodurre. Lo ammetto; ma non sono forse gli insetti che permettono a molte piante di riprodursi, e intere famiglie di vegetali non sarebbero destinate a sparire se agenti interamente estranei ad esse non le fertilizzassero? Chi può affermare che il trifoglio dei prati non possiede sistema riproduttivo solo perché per riprodursi deve avere come parainfo il calabrone (e solo il calabrone)? Nessuno. Il calabrone fa parte del sistema riproduttivo del trifoglio. Tutti noi deriviamo da animaletti microscopici, la cui identità era interamente distinta dalla nostra, e che agivano secondo le leggi della loro specie, senza curarsi affatto della nostra opinione in proposito. Quelle piccole creature fanno parte del nostro sistema riproduttivo; perché allora noi non potremmo far parte del sistema riproduttivo delle macchine?

"Male macchine che producono macchine non producono macchine della loro stessa specie. Un ditale è fatto da una macchina, ma non è, né sarà mai, fatto da un ditale. Anche qui, se interroghiamo la natura, troveremo innumerevoli analogie, e ci accorgeremo che un sistema riproduttivo può funzionare perfettamente senza che la cosa riprodotta sia della stessa specie di quella chela produce. Le creature che si riproducono secondo la loro specie sono molto rare; e sempre riproducono qualcosa che ha il potere latente di assumere la forma dei suoi progenitori. Così la farfalla depone un uovo, il quale uovo diverrà bruco, il quale bruco diverrà crisalide, la quale crisalide diverrà farfalla. E benché per ora, non ho difficoltà ad ammetterlo, non si possa dire che le macchine posseggano qualcosa di più del semplice germe di un autentico sistema riproduttivo, non abbiamo visto che solo di recente esse hanno acquistato i rudimenti di una bocca o di uno stomaco? Perché non potrebbero progredire nel campo della riproduzione vera e propria, come hanno progredito ultimamente in quello della nutrizione?

"Può darsi che, una volta sviluppatosi, il sistema rimanga in molti casi un sistema di riproduzione indiretta. Solo alcuni tipi di macchine, forse, potranno essere fecondati, mentre altri svolgeranno altre funzioni nel mondo meccanico, proprio come la maggioranza delle formiche e delle api non partecipa alla continuazione della specie, ma si limita a procurare e a immagazzinare il cibo, senza occuparsi della riproduzione. Non si può pretendere che il parallelismo sia perfetto o quasi perfetto; certo non adesso, e probabilmente mai. Ma non vediamo già analogie sufficienti per destare serie preoccupazioni per il futuro, e per farci ritenere doveroso l'arrestare il male finché siamo in tempo? Le macchine possono, entro certi limiti, produrre macchine di qualsiasi tipo, per quanto diverse da esse. Ogni specie di macchina avrà probabilmente i suoi riproduttori meccanici speciali, e quelle più organizzate dovranno la loro esistenza a molti genitori invece che a un solo padre e a una sola madre.

"Ci inganniamo quando consideriamo ogni macchina complicata come una cosa unica; in realtà è piuttosto come una città, o addirittura una società, dove ciascun membro si evolve a seconda della sua specie. Noi vediamo la macchina come un tutto, e le diamo un nome e un'individualità; pensiamo alle membra del nostro corpo, che tutte insieme formano un individuo nato da un unico centro di azione riproduttiva, e ne deduciamo che non può esistere azione riproduttiva che non scaturisca da un centro unico. Ma questa conclusione non è scientifica: il fatto che mai una macchina a vapore è stata prodotta interamente da un'altra macchina a vapore, o da altre due, non ci autorizza affatto a dire che le macchine a vapore non posseggono sistema riproduttivo. In realtà ogni parte della macchina a vapore viene prodotta dai suoi genitori particolari, che hanno la funzione di creare quella parte specifica, e quella sola, mentre la combinazione delle parti in un tutto unico forma un altro settore del sistema riproduttivo meccanico, oggi incredibilmente complesso e difficile da vedere nella sua interezza.

"Complesso per ora, ma quanto più semplice e più comprensibile nella sua organizzazione può diventare in altri centomila anni? O anche solo in ventimila? Perché l'uomo oggi, credendo di fare il proprio tornaconto, spende un'incalcolabile quantità di lavoro, di tempo e di intelligenza per perfezionare sempre più la creazione delle macchine. È già riuscito a fare cose che sembravano irrealizzabili, e apparentemente non vi sono limiti ai risultati che si possono ottenere con tanti e tanti miglioramenti, purché tali miglioramenti vengano trasmessi di generazione in generazione e le macchine si modifichino di conseguenza. Non bisogna mai dimenticare che il corpo umano ha raggiunto la sua forma attuale grazie alle infinite modificazioni verificatesi in molti milioni di anni; eppure il suo organismo non si è mai perfezionato ed evoluto con la millesima parte della rapidità con cui si stanno perfezionando ed evolvendo le macchine. È questo il punto più preoccupante della situazione e mi si deve perdonare se ci batto e ribatto sopra tanto spesso."

Seguiva a questo punto una digressione lunghissima e intraducibile sulle diverse razze e famiglie di macchine allora esistenti. L'autore tentava di convalidare la sua teoria rilevando le analogie fra macchine di categorie molto diverse, analogie in base alle quali tendeva a dimostrare che quelle macchine dovevano discendere da un progenitore comune. Divideva le macchine in generi, sottogeneri, specie, varietà, sottovarietà, e così via. Scopriva legami di parentela fra macchine che in apparenza avevano ben poco in comune, e dimostrava come un tempo ne esistessero molti di più, ora scomparsi. Notava tendenze regressive, e, in molte macchine, la presenza di organi rudimentali ormai abortivi e completamente inutili, ma atti a rivelare la discendenza da un progenitore a cui invece erano effettivamente utili.

Decisi di rimandare ad altro momento la traduzione di questa parte del trattato. Fra parentesi, era molto piú prolissa di tutte quelle riportare finora. Purtroppo lasciai Erewhon prima di poter tornare sull'argomento; e mentre riuscii a salvare, a rischio della vita, la mia traduzione e le altre carte, fui costretto a sacrificare l'originale. [...]

Mi viene in mente un episodio che si ricollega a questa parte del trattato. L'erudito che me lo regalò mi chiese di vedere la mia pipa. L'esaminò con cura, e quando scorse la piccola protuberanza sotto il fornello parve estremamente compiaciuto, ed esclamò che doveva trattarsi di un organo rudimentale. Gli chiesi cosa voleva dire.

"Signore", rispose, "quest'organo è identico al bordo che si trova in fondo alla tazza. Non è che un'altra forma della stessa funzione. Probabilmente serviva a impedire che il calore della pipa lasciasse un segno sul tavolo dove veniva posata. Se studiaste la storia delle pipe, trovereste certamente che nei primi esemplari questa protuberanza aveva una forma diversa da quella che ha adesso. Doveva essere larga e piatta alla base, in modo da poter tenere il fornello appoggiato sul tavolo, mentre si fumava, senza lasciare il segno. Poi l'uso da un lato e il disuso dall'altro, devono aver ridotto la sua funzione a quella attuale, di puro rudimento. Non sarei sorpreso, signore", continuò, "se col tempo quest'organo dovesse modificarsi ancora e prendere la forma di una foglia ornamentale o persino di una farfalla. In certi casi potrebbe anche scomparire del tutto."

A1 mio ritorno in Inghilterra mi informai, e scoprii che il mio amico erewhoniano non si era sbagliato.

Ma per tornare al trattato sulle macchine, ripresi la traduzione dal passaggio che segue:

"Se, per ipotesi, nel piú antico periodo geologico, una qualche forma primitiva di vita vegetale fosse stata in grado di ragionare sulla vita animale, allora agli albori del suo sviluppo, essa avrebbe pensato che gli animali potevano un giorno raggiungere al massimo il livello dei vegetali; e già quest'idea le sarebbe parsa estremamente audace. E tuttavia il suo errore sarebbe stato meno grave di quello che commetteremmo noi se immaginassimo che, siccome la vita delle macchine è molto diversa dalla nostra, essa non può raggiungere un livello superiore al nostro; o che, siccome la vita meccanica è molto diversa da quella umana, non può essere considerata veramente vita.

"Obiettano: `Ammesso che sia così, e che la macchina a vapore abbia una forza propria, certo nessuno potrà dire che possiede anche una volontà propria.' Ahimè! Se consideriamo la cosa piú da vicino, ci accorgiamo che questo non dimostra affatto che la macchina a vapore non sia il germe di una nuova fase della vita. Cosa mai, in questo mondo, o nei mondi al di là di questo, possiede una volontà propria l'Ignoto e l'Inconoscibile!

"L'uomo è il risultato e la manifestazione di tutte le forze che hanno agito su di lui, prima o dopo la nascita. In ogni istante, la sua azione dipende unicamente dalla sua costituzione, e dall'intensità e direzione delle varie influenze a cui è ed è stato soggetto. Alcune di tali influenze si neutralizzano indubbiamente fra di loro; ma l'uomo agirà secondo la sua natura e secondo le influenze che ha subito in passato e che subisce nel presente dall'esterno, con la regolarità e la ineluttabilità di una macchina.

"In genere ci rifiutiamo di ammetterlo, perché non conosciamo a fondo la natura degli individui, né l'insieme delle forze che agiscono su di essi. Ne vediamo solo una parte, ed essendo quindi incapaci di inquadrare, se non in modo molto approssimativo, la condotta umana, neghiamo che essa sia soggetta a leggi fisse, e attribuiamo in massima parte la personalità e le azioni dell'uomo al caso, alla sorte, e al destino.

Ma queste sono solo parole per nascondere la nostra ignoranza; e basterebbe riflettere un poco per capire che il piú audace volo dell'immaginazione, o il ragionamento piú sottile è un accadimento necessario, e l'unico accadimento possibile, nel momento in cui accade; come la caduta della foglia morta, quando il vento la stacca dal ramo.

"Perché il futuro dipende dal presente, e il presente (la cui esistenza costituisce solo uno di quei compromessi minori di cui è piena la vita umana, in quanto esiste unicamente nell'ipoteca del passato e del futuro) dipende dal passato: e il passato è inalterabile. Se non possiamo vedere il futuro con la stessa chiarezza del passato, è perché sappiamo troppo poco del nostro vero passato e del nostro vero presente. Passato e presente son troppo grandi per noi: altrimenti il futuro si svelerebbe dinanzi ai nostri occhi nei suoi piú piccoli dettagli, e la chiarezza con cui vedremmo il passato e il futuro ci farebbe perdere il senso del presente, se non addirittura il senso totale del tempo. Ma questo non c'entra. Certo è soltanto che piú si conoscono il passato e il presente, piú si può arguire del futuro. Quando si conosce perfettamente il passato e il presente, e si conoscono per esperienza le conseguenze derivate in altre occasioni da un passato e da un

presente analoghi, non si metterà mai in dubbio l'immutabilità dell'avvenire: sappiamo tanto bene cosa accadrà che potremmo rischiarvi tutta la nostra fortuna.

"Questo è un bene inestimabile, perché è il fondamento su cui si basano scienza e morale. La certezza che l'avvenire non è cosa arbitraria e mutevole ma che a determinati presenti seguiranno sempre determinati futuri è la premessa di tutti i nostri piani, la fede che ispira tutti gli atti coscienti della nostra vita. Senza di essa saremmo smarriti, non avremmo più fiducia nei nostri atti e quindi non agiremmo mai, perché non potremmo sapere se i risultati del nostro atto saranno gli stessi che in passato.

"Chi arerebbe o seminarebbe se non credesse nell'immutabilità del futuro? Chi getterebbe acqua su un incendio se non fosse certo che l'acqua può spegnerlo? Gli uomini fanno del loro meglio solo quando sanno con certezza che altrimenti il futuro si mostrerà loro avverso. Il sentimento di tale certezza è parte integrante della somma delle forze che operano sugli uomini; e agisce soprattutto sui migliori e sui più retti. Chi è più fermamente persuaso che il futuro è legato al presente, in cui egli agisce, sposerà con più amore il suo presente e lo coltiverà con più cura. L'avvenire diventa una specie di lotteria per chi crede che a determinate condizioni possano seguire risultati diversi. Se lo crede veramente, invece di lavorare si perderà in elucubrazioni: questi sono gli uomini immorali. Gli altri, se la loro fede è veramente viva, posseggono il più potente stimolo per il lavoro e per la virtù.

"Il rapporto di tutto ciò con le macchine non è evidente per il momento, ma lo sarà ben presto. Nel frattempo devo rispondere ad alcune obiezioni di certi amici i quali sostengono che, benché il futuro sia immutabile rispetto alla materia inorganica e in parte rispetto all'uomo, tuttavia per altri versi non può essere considerato tale. Per esempio, dicono, il fuoco applicato alla lana asciutta, e alimentato d'ossigeno, produrrà sempre una fiamma, ma non sempre mettendo a contatto un codardo con un oggetto terrificante, si avrà come risultato un uomo che scappa. Ma se ci sono due codardi perfettamente simili sotto tutti i punti di vista, e si trovano di fronte a due oggetti terrificanti perfettamente simili, e in condizioni perfettamente simili, che altro ci si può aspettare se non una fuga perfettamente simile, anche se fra il primo avvenimento e la sua ripetizione è trascorso un migliaio di anni?

"L'apparenza di una maggiore regolarità nei risultati delle combinazioni chimiche rispetto a quelle umane deriva dalla nostra incapacità di percepire le sottili differenze delle combinazioni umane, che non si ripetono mai identiche. Conosciamo il fuoco, e conosciamo la lana, ma non ci sono mai stati e mai ci saranno due uomini esattamente identici: e la più piccola variazione può mutare interamente i termini del problema. Occorrerebbero infine statistiche prima di poter prevedere pienamente il risultato delle combinazioni future. Ciò che è sorprendente è la immutabilità delle azioni umane. In realtà, più andiamo avanti con gli anni, più sappiamo con certezza il modo in cui una determinata persona reagirà in determinate circostanze; e ciò sarebbe impossibile se la condotta umana non fosse soggetta a leggi il cui funzionamento ci diviene sempre più familiare con l'esperienza.

"Se tutto ciò è giusto, ne consegue che la regolarità con cui le macchine agiscono non prova un'assenza di vitalità o, almeno, di germi che possono svilupparsi creando una nuova fase di vita. A prima vista infatti sembrerebbe che una macchina a vapore non possa fare a meno di avanzare, se si trova sulle rotaie col vapore sotto pressione e il meccanismo in pieno funzionamento; mentre l'uomo che deve guidarla può non farlo, se non vuole; onde la prima non avrebbe alcuna volontà propria né alcun libero arbitrio, mentre il secondo li possiede entrambi.

"Questo è vero fino a un certo punto. Il conducente può arrestare la macchina quando vuole, ma lo vorrà solo in certi luoghi stabiliti da altri, o di fronte a ostacoli inaspettati che determinano la sua scelta. La sua volontà non è spontanea; egli è circondato da un invisibile coro di influenze, che gli impongono di agire in quel determinato modo. Sappiamo in anticipo come dobbiamo calibrare queste influenze, proprio come sappiamo in anticipo quanto carbone e quanta acqua dobbiamo fornire alla locomotiva. Curiosamente, finiremo per scoprire che le influenze che agiscono sul conducente sono dello stesso genere di quelle che agiscono sulla macchina, cioè cibo e calore. Il conducente ubbidisce ai suoi padroni perché riceve da loro cibo e calore, e se cibo e calore gli vengono tolti o dati in quantità insufficiente, cesserà di guidare la macchina; allo stesso modo il motore si spegnerà se non sarà alimentato sufficientemente. La sola differenza è che l'uomo è consapevole dei suoi bisogni, mentre la macchina apparentemente non lo è, a parte il fatto che può rifiutarsi di funzionare. Comunque ciò, come abbiamo detto, è del tutto temporaneo.

"Di conseguenza, se si è dato il massimo impulso ai motivi che spingono il conducente, non si verifica mai o quasi mai il caso di un uomo che arresti la locomotiva per puro capriccio. Ciò può accadere però, direte voi. Sì, come può accadere che la locomotiva deragli; ma se il conducente arresta il treno per qualche motivo futile, ci si accorgerà o che è stato calcolato male il potere delle influenze necessarie, o che è stato calcolato male l'uomo, esattamente come la locomotiva può deragliare per un difetto insospettato. Ma anche in questo

caso non si tratterà di un atto spontaneo: l'atto sarà sempre determinato da cause particolari. Spontaneità è solo un termine con cui l'uomo esprime la sua ignoranza degli dei.

"Ma quelli che guidano il conducente, direte, non agiscono forse spontaneamente? "

Qui l'autore si addentrava in un oscuro ragionamento, che preferisco omettere. Finalmente riprendeva: "Insomma la conclusione è che fra la vita di un uomo e quella di una macchina esiste una differenza di livello piuttosto che di specie, benché non manchino anche differenze di specie. Un animale ha più risorse di una macchina in casi di emergenza. La macchina è meno flessibile; il suo campo d'azione è limitato. Nella sua propria sfera possiede una forza e un'accuratezza sovrumane, ma difficilmente sa cavarsela in una situazione critica. Talvolta, quando lo svolgimento normale della sua, azione viene turbato, perde la testa, e va di male in peggio, come un pazzo in preda a un attacco di follia furiosa. Ma anche qui ci troviamo di fronte alla considerazione già fatta, cioè che le macchine si trovano ancora nel loro stadio infantile. Sono soltanto scheletri, senza muscoli né carne.

"Pensate all'ostrica: a quante circostanze inattese è preparata? A tutto le circostanze che possono accaderle nei limiti della sua sfera d'azione. e non di più. Lo stesso può dirsi delle macchine e dell'uomo. Gli incidenti che capitano quotidianamente all'uomo per la sua mancanza di adattabilità, non sono meno numerosi degli incidenti che capitano alle macchine; e alle macchine si forniscono ogni giorno nuovi mezzi per far fronte a situazioni impreviste. Guardate i mirabili congegni con cui già oggi la macchina a vapore è in grado di regolarsi da sola e di adattarsi alle circostanze; guardate come essa sa rifornirsi d'olio, come sa indicare i propri bisogni ai suoi custodi; come, attraverso il regolatore, sa dosare la quantità della propria energia; guardate quell'immagazzinatore di inerzia e di momento che è il bilanciante, guardate i respingenti della vettura ferroviaria. Guardate come tutti questi miglioramenti sono stati studiati per garantire la conservazione della macchina, e, per proteggerla contro gli incidenti che possono capitarle; e pensate a come essa si evolverà e progredirà nei millenni, se l'uomo non si renderà conto del pericolo che corre e del destino che sta preparando a sé stesso.

"Disgraziatamente l'uomo è stato cieco per troppo tempo. La sua fede nel vapore lo ha indotto a svilupparlo e a moltiplicarne gli usi. L'abolizione improvvisa del vapore non potrà riportarci semplicemente allo stato in cui ci trovavamo prima che venisse scoperto; ci sarà uno scambussolamento generale, e un periodo di anarchia senza precedenti. Sarà come se la popolazione raddoppiasse all'improvviso, e noi non avessimo i mezzi per dar da mangiare a tutti quanti. Abbiamo fatto aumentare la nostra popolazione fidando nelle macchine: le macchine sono quindi necessarie alla nostra civiltà quasi come a noi è necessaria l'aria che respiriamo. Non solo, ma le macchine hanno influito sull'uomo, contribuendo a renderlo quello che è, come l'uomo ha influito sulle macchine, rendendole quelle che sono. Ci resta una sola alternativa: o affrontare ora un periodo di grandi sofferenze, o vederci gradatamente sostituiti dalle nostre stesse creature, finché di fronte a loro saremo quello che sono le bestie dei campi di fronte a noi.

"È questo il pericolo. Perché molti sembrano disposti ad accettare un futuro così disonorevole. Anche se l'uomo dovesse diventare per le macchine quello che per noi sono il cavallo e il cane, dicono, tuttavia continuerà a vivere, e probabilmente si troverà meglio quando sarà addomesticato sotto la guida benefica delle macchine, che allo stato brado in cui si trova attualmente. Noi trattiamo i nostri animali domestici con molta benevolenza. Diamo loro tutto ciò che riteniamo sia loro utile; e indubbiamente il fatto che mangiamo la carne ha aumentato la loro felicità invece di diminuirla. Allo stesso modo c'è motivo di credere che le macchine ci tratteranno con bontà, perché la loro esistenza dipenderà in larga misura dalla nostra. Ci governeranno con severità, ma non ci mangeranno. Avranno bisogno di noi non solo per la riproduzione e l'educazione dei giovani, ma anche perché le serviamo come domestici; perché procuriamo loro il cibo e le nutriamo; perché le curiamo quando si ammalano; e persino per sotterrare i loro morti o per riadattare le loro membra dopo il decesso e crearne nuove forme di vita meccanica.

"La natura stessa della forza motrice che assicura il progresso delle macchine esclude la possibilità che la vita dell'uomo divenga penosa anche quando egli sarà ridotto in schiavitù. Gli schiavi, se hanno dei buoni padroni, sono abbastanza felici; e del resto questo grande cambiamento non si verificherà nella nostra epoca, e nemmeno fra migliaia o decine di migliaia di anni. Perché dunque preoccuparsi di un avvenire tanto lontano? Quando sono in giuoco i suoi interessi materiali, l'uomo non è un animale sentimentale, e benché talvolta qualche anima appassionata, considerando la propria condizione, maledica il destino che non l'ha fatta nascere macchina a vapore, la grande maggioranza del genere umano accetterà passivamente qualsiasi compromesso che gli permetta di avere cibo e vesti migliori a minor prezzo, e si guarderà bene dal cedere a una gelosia irragionevole per destini più brillanti del suo.

"La forza dell'abitudine è immensa, e il mutamento avverrà in modo così lento che l'uomo non sarà mai ferito troppo vivamente nel suo senso di dignità. La nostra schiavitù si avvicinerà senza rumore e a passi impercettibili; e fra le aspirazioni dell'uomo e quelle delle macchine non ci sarà mai un conflitto aperto. Le macchine battranno invece eternamente fra di loro, e avranno sempre bisogno dell'uomo come mezzo principale della loro lotta. Non v'è motivo, in realtà, di preoccuparsi per la felicità futura dell'uomo finché egli potrà essere di qualche utilità alle macchine. E quando diventerà la razza inferiore, starà infinitamente meglio di adesso. Non è assurdo e irragionevole esser gelosi dei nostri benefattori? E non peccheremmo di raffinata follia se rifiutassimo i vantaggi che non possiamo ottenere altrimenti, solo perché di quei vantaggi altri profitteranno più di noi?"

"Io non condivido assolutamente il punto di vista di chi ragiona così. Il pensiero che la mia razza possa mai essere superata o soppiantata mi fa orrore, come mi fa orrore il pensiero che anche in un'epoca remotissima i miei antenati potessero essere altro che creature umane. Se credessi che diecimila anni fa anche uno solo dei miei antenati era di una specie diversa dalla mia, perderei ogni rispetto per me stesso e non potrei più provare alcun piacere né interesse per la vita. Lo stesso sentimento provo per i miei discendenti, e credo che sia un sentimento universale e che il paese deciderà di porre fine a tanti progressi meccanici e di distruggere tutti i perfezionamenti delle macchine realizzati negli ultimi trecento anni. Non credo sia necessario fare di più. Riusciremo a governare le macchine che rimangono; e se pure preferirei veder distrutte anche quelle di altri due secoli, mi rende conto della necessità di un compromesso, e sono quindi disposto a sacrificare le mie convinzioni personali, e ad accontentarmi del termine di trecento anni. Ma meno di così non servirebbe a nulla."

Con queste parole si concludeva l'attacco che determinò la distruzione delle macchine in tutto il paese. Solo uno scrittore tentò di confutare seriamente la sua tesi, dicendo che le macchine dovevano essere considerate parte della natura fisica dell'uomo, non essendo in realtà altro che membra estracorporali. L'uomo, secondo lui, è un mammifero meccanizzato. Gli animali inferiori tengono le membra legate al corpo, mentre molte delle membra umane sono sparse e disseminate qua e là per il mondo; alcune sono sempre a portata di mano per usi quotidiani, mentre altre possono trovarsi a centinaia di chilometri di distanza. Una macchina è solo un membro supplementare; ecco la natura e la funzione delle macchine. Le nostre membra per noi sono solo delle macchine: una gamba è unicamente una gamba di legno superiore a tutte quelle che si possono fabbricare.

"Guardate l'uomo che scava con la vanga: l'avambraccio destro gli si è allungato artificialmente e la mano è diventata una giuntura. L'impugnatura della vanga è come la protuberanza sopra l'omero, il manico è l'osso aggiunto, e la lama di ferro oblunga è la nuova forma assunta dalla mano, forma che permette al suo possessore di rimuovere la terra in un modo impossibile per la sua mano originaria. L'uomo essendo riuscito a modificarsi così (non come si sono modificati altri animali, per circostanze completamente estranee al loro controllo) e a crescere, grazie alla sua intelligenza, di mezzo metro, portò alla sua razza la luce della civiltà. Così col tempo si creano i buoni rapporti sociali, la piacevole compagnia degli amici, l'arte dell'irragionevolezza, e tutte quelle forme dello spirito che più elevano l'uomo rispetto agli animali inferiori.

"Così civiltà e progresso meccanico avanzarono di pari passo, ciascuno stimolando lo sviluppo dell'altro: la prima spinta casuale del bastone ha messo in moto la palla, e la prospettiva del profitto continua a farla correre. In realtà bisogna considerare le macchine come il sistema di sviluppo attraverso il quale l'organismo umano si sta perfezionando, e tutte le invenzioni del passato come un modo di aumentare le risorse del corpo umano. Così coloro che hanno l'anima in comune abbastanza da possedere il denaro necessario per, pagarsi un biglietto del treno potranno avere anche le membra in comune; perché un treno è solo uno stivale delle sette leghe che cinquecento persone possono possedere contemporaneamente."

Questo autore temeva un unico serio pericolo: cioè che le macchine potessero rendere gli uomini talmente uguali per forza e potenza, e diminuire talmente la concorrenza, che molti individui deboli di costituzione sarebbero riusciti a sfuggire alla vigilanza delle autorità, e a trasmettere la loro inferiorità ai discendenti. Temeva che eliminando gli sforzi oggi indispensabili all'uomo, si potesse imbastardire la razza umana e il corpo potesse divenire un puro rudimento, l'uomo avrebbe finito per non essere altro che un'anima e un meccanismo, un semplice principio di azione meccanica, intelligente ma privo di passioni.

"Come viviamo bene già" - scriveva - "grazie alle nostre membra esterne! Il nostro fisico varia con le stagioni, varia con l'età, varia a seconda dei soldi che possediamo. Se piove, siamo provvisti di un organo chiamato comunemente ombrello, e destinato a proteggere i nostri abiti o la nostra pelle dagli effetti nocivi della pioggia. L'uomo ha già molte membra estracorporali, che gli sono più utili di gran parte dei peli o, almeno, dei baffi. La sua memoria risiede nel suo taccuino. Col passar degli anni diviene sempre più complesso; allora si provvede di macchine per vedere, o magari di denti e capelli artificiali; se è veramente

un esemplare ben sviluppato della sua razza, si fornisce anche di una grande cassa su ruote, con due cavalli e un cocchiere."

Fu questo scrittore a far adottare l'uso di classificare gli uomini secondo i loro cavalli vapore. Egli li divise in generi, specie, varietà e sottovarietà, dando loro nomi tratti dal linguaggio ipotetico che esprimevano il numero di membra di cui potevano disporre in qualsiasi momento. Dimostrò che gli uomini più si avvicinano alla ricchezza e più divengono altamente e sottilmente organizzati, e che solo i milionari posseggono l'intera serie di membra complementari di cui l'uomo può fornirsi.

"Quei potenti organismi che sono i nostri banchieri e i nostri industriali più importanti", diceva, "posson parlare con i loro pari da un capo all'altro del paese nel giro di un secondo. Le loro anime ricche e sottili possono sfidare qualsiasi ostacolo materiale, mentre le anime dei poveri sono sempre impegolate e sopraffatte dalla materia, che si incolla loro addosso come la melassa sulle ali di una mosca, o le risucchia come un banco di sabbie mobili; le loro orecchie ottuse impiegano giorni e settimane per sentire ciò che qualcuno vuol dire loro da lontano, invece di captarne la voce in un secondo come fanno le classi più altamente organizzate. Indubbiamente l'uomo che ha il potere di aggiungere alla propria identità un treno speciale, e di andare dove vuole e quando vuole, è più altamente organizzato di quello per cui il desiderio di un uguale potere è altrettanto irrealizzabile quanto il desiderio di avere le ali di un uccello, mentre il suo solo mezzo di locomozione sono le gambe. Il vecchio nemico filosofico, la materia che è di per sé essenzialmente un male, stringe ancora la gola del povero e lo strangola. Ma per il ricco la materia è immateriale; l'organizzazione perfezionata del suo sistema estracorporale ha liberato la sua anima.

"Ecco perché i ricchi ricevono omaggi dai poveri; sarebbe un grave errore supporre che tale deferenza sia ispirata da motivi vergognosi: è il rispetto naturale che tutte le creature umane hanno per gli esseri di cui riconoscono la superiorità nella scala della vita animale, ed è analogo alla venerazione che il cane prova per l'uomo. Fra le razze selvagge il possesso di un fucile è ritenuto un alto onore, e a memoria d'uomo i più ricchi sono sempre stati i più degni."

E così continuava per un pezzo, tentando di indicare i mutamenti apportati da questa o quella invenzione umana nella distribuzione della vita animale e vegetale per tutto il regno, e di illustrare in che modo ciascuna fosse connessa con lo sviluppo intellettuale e morale dell'uomo. Cercava persino di stabilire la funzione che alcune di esse avevano avuto nella creazione e modificazione del corpo umano, e che avrebbero avuto in seguito nella sua distruzione. Ma la tesi dell'altro scrittore riuscì evidentemente a trionfare e a far distruggere tutte le invenzioni degli ultimi duecentosettantun'anni.