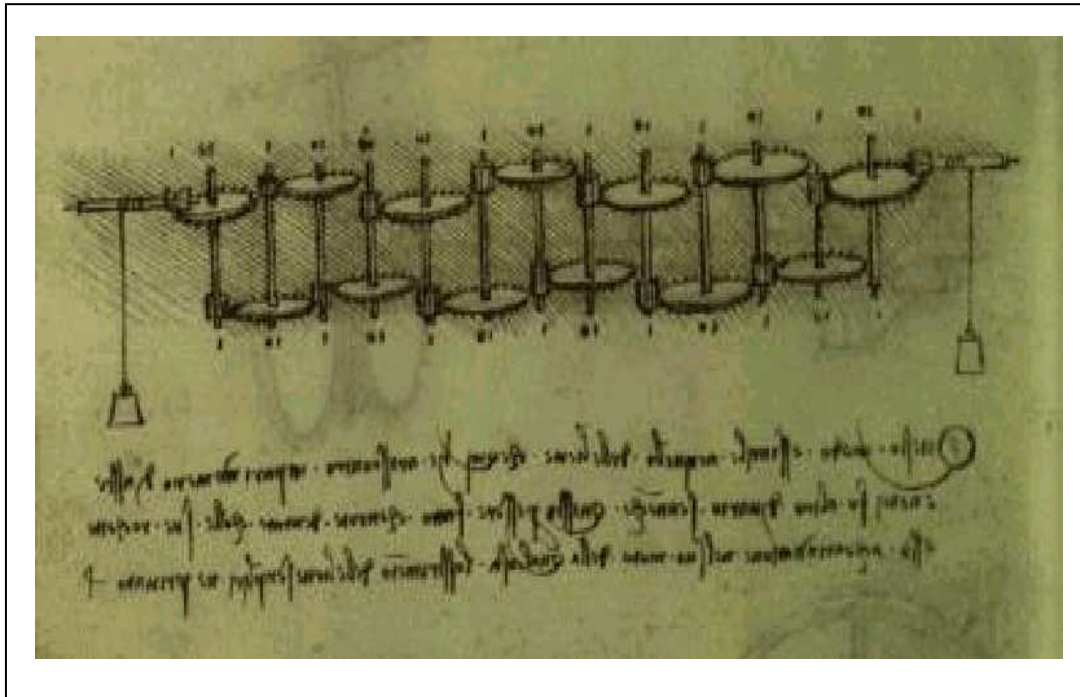

TEORIA DELLA COMPUTABILITA'
Prof. Giangiacomo Gerla

- Appunti relativi al corso Teoria della Computabilità -
Corso di Laurea in Matematica A.A. 2006-2007



Disegno di una addizionatrice di Leonardo da Vinci



Università di Salerno

Nota: Questi appunti sono in via di scrittura ed in molte parti sono incompleti (in particolare gli ultimi capitoli). Inoltre subiscono continue variazioni e correzioni e quindi consiglio gli studenti che seguono il corso di scaricare i vari capitoli man mano che servono in modo da avere la versione più recente. Da notare che i paragrafi con asterisco non sono in programma. Le letture vanno solo lette ma non saranno chieste agli esami.

CAPITOLO 1
I CALCOLATORI: CENNI STORICI

1. Gli abachi: calcolare con sassi e palline
2. Un antico calcolatore analogico: riga squadra e compasso
3. Teoremi limitativi per la macchina riga-compasso: altre macchine
4. I bastoncini di Nepero
5. Un potente calcolatore analogico: il regolo calcolatore
6. Pascal e Leibniz: filosofi che fabbricano calcolatrici
7. Babbage, Ada Lovelace e la programmazione
8. Turing: la logica matematica per una teoria astratta dei calcolatori
9. L'architettura di Von Neumann e gli attuali calcolatori

CAPITOLO 2
MACCHINE A MEMORIA FINITA: GLI AUTOMI

1. Macchine che ricordano: gli automi
2. Macchine digitali
3. Leibniz ed un mondo fatto di 0 ed 1
4. La logica degli stoici per costruire automi
5. Porte logiche
6. Reti di porte logiche
7. Macchine digitali: registri di memoria + reti di porte logiche
8. Cose che un automa non potrà mai fare
- *9. Considerazioni sugli automi finiti
- *10. Il gruppo delle porte reversibili
- *11. Campi finiti e logiche a più valori per macchine più veloci

Lecture: R. Cartesio, *Gli animali sono macchine* (Dal *Discorso sul metodo*)

CAPITOLO 3
MACCHINE A MEMORIA INFINITA

1. La computabilità per i matematici: terne di Peano e ricorsione
2. Le funzioni primitive ricorsive
3. Linguaggi funzionali e codifiche
4. Funzioni ricorsive
5. Macchine che eseguono istruzioni: macchine astratte
6. Macchine a registri
7. Linguaggi evoluti: WHILE, FOR
8. La nozione di funzione computabile: tesi di Church
9. Codifica dei programmi e macchine universali
- *10. Funzioni computabili in tempi ragionevoli: teoria della complessità (da completare)
- *11. Turing e la prima definizione matematica di calcolatore

Lecture: C. Zavattini, *Gara di Matematica*.

CAPITOLO 4
PROBLEMI CHE UN CALCOLATORE NON POTRA' MAI RISOLVERE

1. Problemi a cui un calcolatore può fornire risposta: la nozione di problema decidibile
2. Problemi che un calcolatore può risolvere a metà: la nozione di problema semi-decidibile
3. Espressione logica di un problema, decidibilità e semi-decidibilità
4. Ridurre un problema ad un altro
5. Problemi che un calcolatore non potrà mai risolvere: il *Problema della Fermata*
6. Il *Teorema di Rice*: non può esistere una macchina che controlli le altre macchine
- *7. Computabilità e decidibilità in teoria degli insiemi
- *8. Computabilità e decidibilità in analisi ed algebra

Lecture: G. Gerla, *Destini Programmati*.

CAPITOLO 5

CALCOLARE CON LE PAROLE

1. Il calcolo letterale alla fine del 1500
2. Cartesio e Leibniz: inutile affaticarsi e discutere, calcoliamo
3. Parole, linguaggi e grammatiche: macchine che parlano correttamente
4. Computabilità, decidibilità e semi-decidibilità di insiemi non numerici
5. Problemi matematici che nessun computer potrà mai risolvere
6. Operatori algebrici
7. Calcolo delle relazioni
8. Giochi, labirinti, solitari e sistemi di riscrittura
9. Riscrittura come programmazione: il calcolo simbolico (Mathematica, Derive)

Lecture: J. L. Borges, *La Biblioteca di Babele*.

CAPITOLO 6

CALCOLO DELLE IDEE: MACCHINE CHE RAGIONANO

1. Stoici ed Aristotelici per l'Intelligenza Artificiale
2. I linguaggi della logica
3. Cosa è la verità: interpretare un linguaggio
4. Sistemi di riscrittura per la logica
5. Calcolare con gli insiemi: operatori algebrici e punti fissi
6. Operatori algebrici in algebra e geometria
7. La macchina di Hilbert per produrre teoremi
8. Teoremi di Gödel: limiti delle macchine che dimostrano teoremi
9. La logica come linguaggio di programmazione: il Prolog
10. Calcolatori che elaborano teorie: la logica induttiva

Lecture: Th. Hobbes *Leviatano* I cap. V
A. Turing, *Macchine Calcolatrici ed Intelligenza*.

CAPITOLO 7

MACCHINE CHE APPRENDONO E CHE SI EVOLVONO

1. Un neurone per fare calcoli
2. Un neurone non è sufficiente: le reti neurali
3. Reti neurali digitali
4. Macchine che riconoscono le cose: il Perceptron
5. Macchine che apprendono dall'esperienza
6. Reti neurali che ricordano
7. Algoritmi genetici (da scrivere)
8. Vita artificiale (da scrivere)
9. Programmazione ad agenti e programmazione parallela (da scrivere)

CAPITOLO 8

MACCHINE CAPACI DI NON ESSERE PRECISE

1. Cosa sono e come riconoscere le nozioni vaghe
2. Insiemi fuzzy: un modello matematico per gli insiemi vaghi
3. Unione, intersezione ed altre operazioni per gli insiemi vaghi
4. Paradossi: il mucchio di grano, l'uomo calvo, il girino
5. La soluzione della logica fuzzy: Ragionamenti approssimati
6. Macchine che utilizzano le conoscenze di un vecchio esperto
7. Ragionamenti approssimati per il controllo fuzzy
8. Punto di vista logico-qualitativo contro punto di vista quantitativo in scienza
9. Macchine che scelgono a caso (da completare)

Lecture: L. Coen, A. Varzi, *Il circolo della vaghezza*, da *La Stampa*, 28 aprile 2001.
Th. Hobbes, dal *Leviatano*. S. Butler, *Il libro delle macchine*.

INTRODUZIONE

Il corso mira a definire una teoria astratta della computabilità ed ad affrontare la questione:
che cosa è un "algoritmo" ?

La cosa non sembra di grande interesse in quanto, come è noto, gli algoritmi sono la parte più noiosa della matematica. Infatti, per definizione, un algoritmo è una successione di operazioni da eseguire secondo delle regole fisse e quindi in esso non può entrare la fantasia e l'invenzione. Tuttavia un altro modo di vedere il corso è legato agli oggetti di più avanzata e sorprendente tecnologia da cui siamo circondati: i calcolatori. Infatti definire e studiare la nozione di algoritmo equivale a definire e studiare che cosa può essere fatto da una macchina. Allora possiamo anche dire che scopo del corso è affrontare la questione

che cosa è un calcolatore e che cosa può fare?

Naturalmente non ci poniamo tale domanda per i calcolatori attualmente esistenti ma ci riferiamo a tutti i possibili calcolatori che potranno essere costruiti dall'uomo. Allora forse è meglio riformulare la domanda al modo seguente:

esistono cose che una macchina costruita dall'uomo non potrà mai fare ?

Domanda che a sua volta si trascina appresso una serie di altre domande affascinanti come:

- può una macchina avere memoria ?
- può una macchina apprendere dall'esperienza ?
- può una macchina fare ragionamenti ?
- può una macchina riconoscere gli oggetti che la circondano ?
- può una macchina essere intelligente ?
- la mente umana è una macchina ?

Da notare che i primi risultati significativi su tale argomento si sono avuti nella prima metà del secolo scorso. Tuttavia una tale problematica è alquanto antica e l'idea di meccanizzare il pensiero umano è presente fortemente in filosofi come Aristotele, Cartesio, Leibniz ed altri.

Bibliografia.

Questi appunti che possono essere richiesti al docente o scaricati dalla rete al sito <http://www.dmi.unisa.it/people/gerla/www/>. Per maggiori approfondimenti si consigliano i seguenti testi.

Per gli aspetti più strettamente tecnici

- M. Frixione, D. Palladino, Funzioni, Macchine, Algoritmi: Introduzione alla teoria della computabilità, Carocci Ed. 2004.
- A.J. Kfoury, R.N. Moll, M.A. Arbib, *Programmazione e computabilità*, ETAS libri, 1986.
- M. Minsky, *Computation, finite and infinite machines*, Prentice-Hall International, INC., London.

Per gli aspetti storici

- M. R. Williams, *Dall'abaco al calcolatore: L'entusiasmante avventura del computer*, Muzzio ed., 1989.
- E. Picutti, *Sul Numero e la sua storia*, Feltrinelli ed., 1977.
- G. Ifrah, *Storia Universale dei numeri*, Mondadori-De Agostini, 1955.
- M. R. Williams, *Dall'abaco al calcolatore: L'entusiasmante avventura del computer*, Muzzio ed., 1989.
- R. Cordeschi, *La scoperta dell'artificiale*, Dunod, Milano
- Y. Castelfranchi e O. Stock, *Macchine come noi*, Laterza.